**2. Использование метода "общей" функции Ляпунова для систем с неопределенными переключениями.** Основная идея использования 2-го метода Ляпунова для систем с неопределенными переключениями заключается в построении *"общей"* функции Ляпунова. В этом случае условия асимптотической устойчивости и оценки сходимости можно получить используя метод "общей" функции Ляпунова.

Функция $V(x,t)$ называется *"общей"* функцией Ляпунова для системы с переключениями, если она удовлетворяет следующим условиям:

1. Функция $V(x,t)$ является положительно определенной, т.е. $V(0,t) \equiv 0$ и $\omega_1(|x|) \leq V(x,t) \leq \omega_2(|x|)$, где $\omega_1(x)$, $\omega_2(x)$ положительно определенные функции.

2. Функция $V(x,t)$ убывает вдоль решений системы, т.е. при произвольных $\bar{t} < \bar{\bar{t}}$ имеет место неравенство $V\left(x(\bar{\bar{t}}), \bar{\bar{t}}\right) < V\left(x(\bar{t}), \bar{t}\right)$.

### Библиографические ссылки


1. *Хусаинов Д.Я., Бычков А.С., Сиренко А.С.* Устойчивость нулевого решения системы с переключениями, состоящей из линейных подсистем // Журнал обчислювальної та прикладної математики. 2020. В. 1 (133). С. 89–96.
2. *Diblik J., Khusainov D.Ya., Bastinec J., Sirenko A.S.* Exponential stability of perturbed linear discrete systems // Advances in Difference Equations. 2016. No. 2. P. 1–20.


# О СТАБИЛИЗАЦИИ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ПЕРЕВЕРНУТОГО МАЯТНИКА БЕЗ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТЕЙ


**Д.Х. Хусанов[1], З.С. Юсупова[2]**

[1] Джизакский политехнический институт, Джизак, Узбекистан
d.khusanov1952@mail.ru

[2] Национальный Университет им. Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан
Ziyusupova9797@gmail.com


**1. Основная часть.** В докладе рассматривается задача о стабилизации математического маятника в верхнем неустойчивом положении за счет момента $U$, приложенного к его оси. При этом имеется возможность измерять лишь отклонение маятника от вертикали без измерения производной по времени этого отклонения или угловой скорости маятника [1, 2].

Обозначим угол отклонения маятника от вертикали через $\varphi$. Нормируя соответствующим образом масштабы времени и координат, уравнения возмущенного движения можно записать в виде [1]

$$\frac{d\varphi}{dt} = \psi, \quad \frac{d\psi}{dt} = \sin\varphi + U. \tag{1}$$

Сигнал обратной связи измеряется в виде $y = \sin\varphi$. Эта задача решалась в работе [1], где найден стабилизирующий закон регулирования в виде решения уравнения

$$\begin{gathered}\frac{dU}{dt} = -4,6116y(t) - 3,1974U(t) - \\ -4,6116\int_{t-1}^{t}[(7,358ch(\tau-t) + 4,329sh(\tau-t))y(\tau) + \\ +U(\tau-t)\int_{t-1}^{t+\tau}(7,358ch(\eta-t) + 4,328sh(\eta-t))sh(\eta-\tau)d\eta]\,d\tau.\end{gathered} \tag{2}$$

Закон управления (2) представляется достаточно сложным для практической реализации. В докладе показано, что рассматриваемая задача о стабилизации решается управлением вида

$$U = -\left(a - \frac{1}{2}g(t)\right)\sin\frac{\varphi(t)}{2} + \cos\frac{\varphi(t)}{4}\int\limits_{t-h(t)}^{t} p(\tau-t)\sin\frac{\varphi(\tau)}{4}d\tau, \tag{3}$$

где параметры управления задаются условиями

$$\begin{gathered}a > 1,\ g(t) = \int\limits_{-h(t)}^{0} p(s)ds,\ 0 < h_0 \le h(t) \le h_1, \\ p(s) > 0,\ p'(s) = \tfrac{dp(s)}{ds} < 0\ \forall s \in [-h_1, 0].\end{gathered}$$

Задача решается построением функционала Ляпунова

$$\begin{gathered}V = \tfrac{1}{2}\psi^2(t) + (a-1)(1 - \cos\tfrac{\varphi(t)}{2}) + \\ +\tfrac{1}{2}\int\limits_{t-h(t)}^{t} p(\tau-t)\left(\sin\tfrac{\varphi(t)}{4} - \sin\tfrac{\varphi(\tau)}{4}\right)^2 d\tau.\end{gathered}$$

Несложно видеть, что этот функционал является определенно-положительным, допускающим бесконечно малый высший предел относительно переменных $\varphi$ и $\psi$.

Для его производной имеет место оценка

$$\dot{V} \leq -\int\limits_{t-h}^{t} p'(\tau - t)\left(\sin\frac{\varphi(t)}{4} - \sin\frac{\varphi(\tau)}{4}\right)^2 d\tau \leq 0.$$

Множество $\{\dot{V} = 0\}$ может содержать лишь движения $\varphi(t) = const$, или $\dot{\psi} \equiv 0$, $\varphi(t) = 2\pi k,\ k \in Z$.

Согласно теоремам из [3, 4] получаем, что управление (3) решает поставленную задачу о стабилизации, при этом верхнее положение маятника является глобально притягивающим.

### Библиографические ссылки


1. *Красовский Н.Н.* О стабилизации неустойчивых движений дополнительными силами при неполной обратной связи // Прикладная математика и механика. 1963. Т. 27, No 4. С. 641–663.
2. *Andreev A.S., Peregudova O.A.* Stabilization of the preset motions of a holonomic mechanical system without velocity measurement // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2017. Vol. 81, No. 2. P. 95–105.
3. *Андреев А.С., Хусанов Д.Х.* К методу функционалов Ляпунова в задаче об устойчивости и неустойчивости // Дифференциальные уравнения, 1998. Т. 34. № 7. С. 876–885.
4. *Хусанов Д.Х.* О конструктивной и качественной теории функционально-дифференциальных уравнений (монография). Ташкент: Издательство ФАН АН РУз, 2002. 256 с.


## АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ СЕМЕЙСТВА НЕЛИНЕЙНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ХАОТИЧЕСКИМ ПОВЕДЕНИЕМ


**В.В. Цегельник**

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,

Минск, Беларусь

tsegvv@bsuir.by


В работе [1] с помощью компьютерного моделирования установлено наличие хаоса (в частности, странных аттракторов) в системах дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = y^2 - x + Az,\ \dot{y} = x,\ \dot{z} = y, \tag{1}$$