4. *Филиппова Т.Ф., Матвийчук О.Г.* Динамика многозначных оценок множеств достижимости управляемых систем с билинейной неопределенностью // Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация (DSSCO'18). Минск: БГУ, 2018. С. 212–213.
5. *Filippova T.F.* Control and estimation for a class of impulsive dynamical systems // Ural Mathematical Journal. 2019. Vol. 5. No. 2. P. 21–30.
6. *Matviychuk O.G.* On ellipsoidal estimates for reachable sets of the control system // Lecture Notes in Computer Science, Vol. 11548, Springer, 2019. P. 489—500.

ПРИНЦИП ИНВАРИАНТНОСТИ И ГЛОБАЛЬНАЯ АСИМПТОТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ДЛЯ СИСТЕМ С СУХИМ ТРЕНИЕМ

И.А. Финогенко

Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН,
Иркутск, Россия
fin@icc.ru

Рассматривается асимптотическое поведение механических систем, представленных уравнениями Лагранжа второго рода, с кулоновыми силами трения. Методы исследований непосредственно связаны с прямым методом Ляпунова со знакопостоянными производными функций Ляпунова и с методом предельных уравнений применительно к неавтономным системам (см. [1]).

Первоначально автономные системы со знакопостоянными производными функций Ляпунова изучались в известных работах Е.А. Барбашина и Н.Н. Красовского [2] об асимптотической устойчивости при дополнительном предположении об отсутсвии целых траекторий системы в окрестности начала координат — положения равновесия. Если избавиться от этого предположения, то можно утверждать, что ω-предельные множества решений лежат во множестве нулей производной функции Ляпунова. Эти выводы в дальнейшем получили развитие в работах Ла-Салля и в настоящее время известны, как принцип инвариантности (см. [3]). Принцип инвариантности является эффективным средством исследования вопросов притяжения и глобальной асимптотической устойчивости различных классов систем при наиболее слабых предположениях на свойства функций Ляпунова.

В данной работе мы рассматриваем специальный класс разрывных систем, а именно — механические системы с сухим трением, представленные уравнениями Лагранжа второго рода с k степенями свободы

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T_a}{\partial \dot{q}^i} - \frac{\partial T_a}{\partial q^i} = Q_i^T + Q_i^A, \quad i = 1, \ldots, k.$$

Мы делаем предположение о зависимости коэффициентов трения от времени t, которая может возникать по разным причинам, таким, как изменение температуры и иных характеристик трущихся тел. Кинетическая энергия системы T_a представляет собой сумму $T_a = T + T_1 + T_0$ положительно определенной квадратичной формы

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} a_{ij}(q)\dot{q}^i\dot{q}^j$$

обобщенных скоростей с симметричной матрицей $A(q) = [a_{ij}(q)]_1^k$, линейной формы обобщенных скоростей $T_1 = \sum_{i=1}^{k} a_i(q)\dot{q}^i$ и функции $T_0(q)$.

Предполагаем, что обобщенные силы трения скольжения при условии $\dot{q}^s \neq 0$ имеют вид

$$Q_s^T(q, \dot{q}) = -f_s(t, q^s, \dot{q}^s) \mid N_s(q, \dot{q}) \mid sgn\, \dot{q}^s.$$

Здесь $\mid N_s(q, \dot{q}) \mid$ — модули нормальных реакций в точках соприкосновения трущихся тел, $f_s(t, q, \dot{q}) > 0$ — коэффициенты трения, $1 \leq s \leq k_* \leq k$. Более детальное описание систем с трением можно найти в [4].

Активные силы Q_i^A, действующие на систему, представляет собой сумму потенциальных и диссипативных сил. В своих исследованиях мы используем результаты работ [5], [6], представляющие собой некоторые аналоги принципа инвариантности Ла-Салля применительно к дифференциальным включениям и разрывным системам.

Работа выполнена в рамках госзадания Минобрнауки России по проекту "Теория и методы исследований эволюционных уравнений и управляемых систем с их приложениями"(№ гос. регистрации: 1210401300060-4).

Библиографические ссылки

1. *Мартынюк А.А., Като Д., Шестаков А.А.* Устойчивость движения: метод предельных уравнений. Киев: Наук. думка, 1990.
2. *Барбашин Е.А.* Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970.

3. *Руш Н., Абетс М., Лалуа М.* Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости. М.: Мир, 1980.
4. *Матросов В.М.* Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелиненйных систем. М.: Физматлит, 2001.
5. *Финогенко И.А.* Предельные дифференциальные включения и принцип инвариантности неавтономных систем // Сибирский Мат. журнал. 2014. Т. 55. № 2. С. 454–471.
6. *Финогенко И.А.* Принцип инвариантности для неавтономных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями // Сибирский Мат. журнал. 2016. Т. 57. № 4. С. 913–927.

О ПОЗИЦИОННЫХ ИМПУЛЬСНЫХ УПРАВЛЕНИЯХ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ

И.А. Финогенко[1], А.Н. Сесекин[2]

[1] Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН,
Иркутск, Россия
fin@icc.ru

[2] Уральский федеральный университет, Институт математики и механики
им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург, Россия
sesekin@list.ru

Исследуется управляемая система, представленная в форме дифференциального включения

$$\dot{x} \in F(t,x) + u, \tag{1}$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)$, $t \in [t_0, \theta)$, u — управляющее воздействие, задаваемое некоторым абстрактным оператором, сопоставляющим каждому текущему моменту времени t и состоянию объекта x импульс $p(t,x)\delta_t$, $p(t,x)$ — интенсивность импульса. «Бегущий импульс», как обобщенная функция, смысла не имеет и означает лишь тот факт, что в системе (1) функционирует импульсное управление, подразумевающее дискретную реализацию в виде последовательности корректирующих импульсов, сосредоточенных в точках $h : t_0 < t_1 < \cdots < t_N = \theta$ разбиения отрезка I. Результатом такой последовательной коррекции является разрывная кривая $x^h(\cdot)$, называемая ломаной Эйлера, по определению совпадающая на промежутках $(t_k, t_{k+1}]$ с решением задачи Коши

$$\dot{x} \in F(t,x), \quad x(t_k) = x^h(t_k) + p\big(t_k, x^h(t_k)\big),\ k = 1, \dots, N-1,$$