3. *Габасов Р., Дмитрук Н.М., Кириллова Ф.М.* О некоторых проблемах оптимального управления динамическими системами в реальном времени // Динамические системы, оптимальное управление и математическое моделирование. Материалы международного симпозиума. Иркутск: Изд-во ИГУ. 2019. С. 19–22.

ВАРИАЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ

Н.Н. Субботина, Е.А. Крупенников

ИММ УрО РАН, Екатеринбург, Россия

УРФУ, Екатеринбург, Россия

subb@uran.ru, krupennikov@imm.uran.ru

Введение. Доклад посвящен решению задачи реконструкции управления (ЗРУ) для динамической системы по неточным дискретным замерам наблюдаемой траектории движения, порождаемой этим управлением.

Рассматриваются детерминированные динамические системы, аффинные по управлениям. Допустимые управления — измеримые функции со значениями из выпуклого компакта. Эта задача в общем случае некорректна. Вводится понятие нормального управления — допустимого управления, порождающего наблюдаемую траекторию и имеющего минимальную норму в пространстве $\mathbb{L}^2$. Показано [1], что, при достаточно общих предположениях, для любой траектории, порожденной допустимым управлением, существует единственное нормальное управление. Под ЗРУ подразумевается задача реконструкции именно нормального управления.

Среди подходов к решению ЗРУ отметим подход, предложенный Ю. С. Осиповым и А. В. Кряжимским [2], базирующийся на процедуре оптимального прицеливания.

Предлагаемый авторами доклада подход [1] основан на вспомогательных вариационных задачах на минимум регуляризованного [3] интегрального функционала невязки. Особенность подхода — использование выпукло-вогнутых функционалов. Показано, что предлагаемые реконструкции управлений обеспечивают колебательный характер движения системы около наблюдаемого движения.

В докладе обосновывается использование выпукло-вогнутых функционалов. Обсуждаемый подход сравнивается с его вариацией, использующей классические (выпуклые) функционалы.

1. Сравнение подходов. Предлагаемый подход основан на использовании необходимых условий оптимальности во вспомогательных задачах вида

$$I(x(\cdot),u(\cdot)) = \int\limits_{t_1}^{t_2} \left[c\frac{\|x(t)-y^\delta(t)\|^2}{2} + \frac{\alpha^2\|u(t)\|^2}{2} \right] dt \longrightarrow \min, \qquad (1)$$

где $c=-1$, а α — малый регуляризирующий (по Тихонову [3]) параметр. Функция $y^\delta(t)$ является гладкой интерполяцией дискретных замеров. Алгоритм решения ЗРУ, основанный на этом подходе, подробно описан и обоснован в [1]. В данном докладе приводится сравнение его эффективности с другим алгоритмом, основанным на аналогичном подходе, но с выпуклым функционалом (при $c=1$). В частности, сравнение демонстрируется на модельном примере с динамикой

$$\dot{x}(t) = u_1(t) + u_2(t), \quad x \in \mathbb{R}, \quad u \in \mathbb{R}^2, \quad t \in [0,1], \quad x^*(t) = t. \qquad (2)$$

Базовая траектория $x^*(t)=t$ была возмущена случайным образом с максимальной погрешностью $\delta = 0.01$ с шагом $h^\delta = 0.01$ для получения точек замеров, являющихся входными данными ЗРУ. На основании этих данных была проведена реконструкция нормального управления $u^*(t) \equiv (0.5, 0.5)^\top$ с помощью обоих подходов. Результат реконструкции управления $u_1^*(\cdot)$ при $c=-1$ представлен на рис. 1. При $c=1$ — на рис. 2.

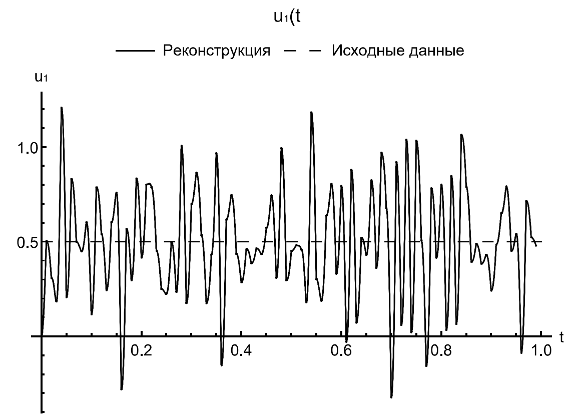

Рис. 1. Реконструкция при $c=-1$.

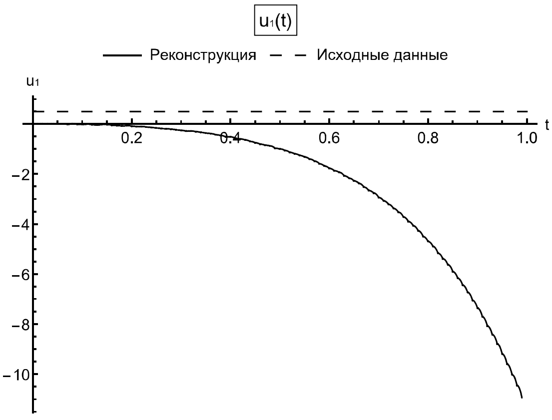

Рис. 2. Реконструкция при $c=1$.

Приводится аналитическое пояснение колебательного и экспоненциального характера решений при использовании соответственно выпукло-вогнутого и выпуклого функционалов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 20-01-00362).

Библиографические ссылки

1. *Subbotina N.N., Krupennikov E.A.* Hamiltonian Systems for Dynamic Control Reconstruction Problems // Minimax Theory and its Applications. 2020. Vol. 5. No. 2. P. 439–454.
2. *Кряжимский А.В., Осипов Ю.С.* О моделировании управления в динамической системе // Изв. АН СССР. Сер. техн. кибернетика, 1983. № 2. С. 51—60.
3. *Тихонов А.Н.* Об устойчивости обратных задач // Докл. АН СССР. 1943. Т. 39, № 5. С. 195–198.

ЭФФЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ МИНИМИЗАЦИИ ВЫПУКЛОЙ КУСОЧНО-АФФИННОЙ ФУНКЦИИ

Г.Ш. Тамасян[1,2], Г.С. Шульга[3]

[1] Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

[2] Институт проблем машиноведения РАН, Россия
g.tamasyan@spbu.ru

[3] Академический лицей ФТШ, Санкт-Петербург, Россия
gdextrous@gmail.com

В докладе пойдет речь об эффективных методах решения задачи минимизации выпуклой кусочно-аффинной функции, заданной в виде суммы модулей от аффинных функций [1].

В скалярном случае глобальный минимум находится с помощью средств дискретной математики. Точнее, решением задачи является взвешенная медиана множества всех вершин ломаной, на поиск которой уходит линейное время.

В общем случае, применяя инструментарий конструктивного негладкого анализа [2], получен критерий глобального минимума. Показывается, что рассматриваемая задача может быть сведена к последовательному решению двух задач. Первая задача линейного программирования, а вторая — решение одного негладкого алгебраического уравнения. Более того, и вторая задача может быть сведена к решению системы линейных неравенств, что в свою очередь также относится к задачам линейного программирования.

Общеизвестно, что исходная задача изначально может быть сведена к задаче линейного программирования, однако предложенный подход имеет преимущество в том, что размерности двух задач линейного программирования в два раза меньше.

Работа выполнена в Институте проблем Машиноведения РАН при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 20-71-10032).