

2. *Bianco L., Confessore G., Gentili M.* Combinatorial Aspects of the Sensor Location Problem // Annals of Operation Research. 2006. Vol. 144. No. 1. P. 201–234.
3. *Bianco L., Confessore G., Reverberi P.* A network based model for traffic sensor location with implications on O/D matrix estimates // Transportation Science. 2001. Vol. 35. No. 1. P. 50–60.
4. *Пилипчук, Л.А., Пилипчук А.С., Полячок Е.Н., Фаразей А.И.* Идентификация сенсорной конфигурации и управление потоками // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. 2018. № 2. С. 67–76.
5. *Pilipchuk L.A., Malakhouskaya Y.V., Kincaid D.R., Lai M.* Algorithms of Solving Large Sparse Underdetermined Linear Systems with Embedded Network Structure // East-West J. of Mathematics. 2002. Vol. 4. No. 2. P. 191–201.

## О КОЛЕБАНИЯХ УПРУГО ЗАКРЕПЛЕННОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

**Ю.Д. Селицкий**

НИИ механики МГУ, Москва, Россия  
[seliutski@imec.msu.ru](mailto:seliutski@imec.msu.ru)

**Введение.** Различные механические системы, динамика которых определяется воздействием аэродинамических сил и сил упругости (так называемые аэроупругие системы), активно изучаются в течение многих десятилетий. Характерной особенностью поведения таких систем является возникновение в них автоколебаний при определенных условиях. Как правило (в задачах, связанных с динамикой летательных аппаратов или колебаний конструкций в потоке), этот эффект является нежелательным, поскольку он может привести к износу и разрушению объекта. Однако в последние годы активно изучается возможность использования подобных колебаний для преобразования энергии потока в полезные формы. Обзор исследований в этом направлении приведен, в частности, в [1].

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим аэродинамический маятник (крыло с симметричным профилем, установленное на державке), точка подвеса которого упруго закреплена таким образом, что она может двигаться вдоль неподвижной горизонтальной прямой  $OY$  (см. рис. 1). Ось маятника вертикальна. Система помещена в стационарный поток среды, скорость которого горизонтальна и перпендикулярна  $OY$ .

Для описания аэродинамического воздействия на маятник используется квазистатический подход [2].

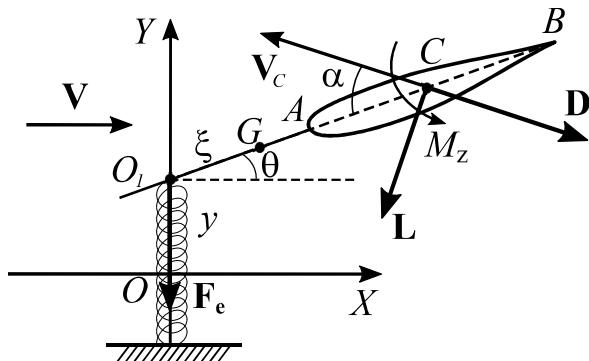


Рис. 1 — Аэродинамический маятник в упругом закреплении

Кроме того, предполагается, что сила  $F_e$ , действующая на точку подвеса маятника со стороны крепления, имеет следующий вид:  $F_e = -ky - k_3y^3 - h\dot{y}$ .

Тогда уравнения движения системы можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + m\xi\ddot{\theta}\cos\theta - m\xi\dot{\theta}^2\sin\theta &= -ky - k_3y^3 - h\dot{y} - \\ &\quad - L\cos(\alpha - \theta) - D\sin(\alpha - \theta), \\ (J + \xi^2)\ddot{\theta} + m\xi\ddot{y}\cos\theta &= M_z - Lr\cos\alpha - Dr\sin\alpha. \end{aligned} \quad (1)$$

**2. Обсуждение динамики объекта.** Показано, что в пространстве параметров системы (1) существует область, где положение равновесия, в котором маятник ориентирован вдоль потока, неустойчиво. При этом в системе возникают колебания. Исследована эволюция этих колебаний при изменении таких параметров системы, как расстояние  $\xi$  от точки подвеса до центра масс  $G$  маятника, скорость  $V$  набегающего потока и коэффициент демпфирования  $h$ . Отметим, что коэффициент демпфирования при этом может рассматриваться как параметр, не только характеризующий диссипацию, но и моделирующий отбор энергии у потока для последующего преобразования ее в полезные формы. Получены оценки мощности, отбираемой у потока с помощью таких колебаний.

Работа выполнена в рамках НИР «Разработка методов исследования управляемых механических систем, взаимодействующих по сплошной средой» (АААА-А19-119012990123-0).

### Библиографические ссылки

1. McCarthy J.M., Watkins S., Deivasigamani A., John S.J. Fluttering energy harvesters in the wind: A review // J. Sound & Vibration. 2016. Vol. 361. P. 355–377.

2. Samsonov V.A., Dosaev M.Z., Selyutskiy Y.D. 2013. Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium // Int. J. of Bifurcation & Chaos. 2013. Vol. 21. No. 10. P. 2955–2961.

## АЛГОРИТМЫ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ИЗ ПРОШЛОГО И ОПЕРАТОРНОЙ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ДЛЯ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ

В.В. Семёнов

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина  
[semenov.volodya@gmail.com](mailto:semenov.volodya@gmail.com)

Множество интересных и актуальных прикладных проблем могут быть записаны в форме вариационных неравенств. Особенно популярны эти постановки в математической экономике, математическом моделировании транспортных потоков и теории игр. Отметим, что часто негладкие задачи оптимизации могут эффективно решаться, если их переформулировать в виде седловых задач, а к последним применить алгоритмы решения вариационных неравенств. С появлением генерирующих состязательных нейронных сетей (generative adversarial network, GAN) устойчивый интерес к алгоритмам решения вариационных неравенств возник и в среде специалистов в области машинного обучения.

В докладе будет сделан обзор результатов работ [1–5], в которых предложены новые методы решения вариационных неравенств

$$\text{найти } x \in C : (Ax, y - x) \geq 0 \quad \forall y \in C,$$

где  $C$  — замкнутое выпуклое подмножество гильбертова пространства  $H$ ,  $A : H \rightarrow H$  — нелинейный монотонный или псевдомонотонный оператор.

Основное внимание будет уделено доказательству сходимости и формулировке новых вопросов. В частности, будут представлены новые результаты о сходимости для следующих алгоритмов.

**Алгоритм 1. Экстраполяция из прошлого с адаптивной регулировкой.**

**Инициализация.** Задаем параметр  $\tau \in (0, 1/3)$ , число  $\lambda_1 > 0$  и элементы  $y_0 \in H$ ,  $x_1 \in \text{int dom } \varphi$ .

**Итерационный шаг.** Вычисляем

$$\begin{cases} y_n = P_{x_n}^C(-\lambda_n A y_{n-1}), \\ x_{n+1} = P_{x_n}^C(-\lambda_n A y_n). \end{cases}$$