Теорема 1. *Если система (1), (2) является стабилизируемой в шкале (4) (или (5)), то*

$$rank \left[\begin{array}{ccc} \lambda - a_{11} & -a_{12}e^{-\lambda h} & b_1 \\ -a_{21} & 1 - a_{22}e^{-\lambda h} & b_2 \end{array} \right] = 2, Re\lambda > 0. \quad (6)$$

Теорема 2. *Если система (1), (2) является стабилизируемой в шкале (4) (или (5)), то*

$$rank[\ \lambda - a_{22} \quad b_2\ ] = 1, \forall \lambda \in \mathbb{C}, |\lambda| < 1. \quad (7)$$

Теорема 3. *Необходимые условия (6), (7) стабилизируемости системы (1), (2) в шкале регуляторов (5) являются и достаточными.*

Приводится пример системы, для которой не существует простейшего регулятора, позволяющего ее стабилизировать, но находится регулятор с интегральными элементами. Получены условия стабилизации системы регулятором (4). Результаты могут быть применены при синтезе управляющих воздействий в реальных системах управления, описывающихся дифференциально-разностными системами.

Библиографические ссылки

1. *Марченко В.М., Борковская И.М.* О стабилизации скалярных гибридных дифференциально-разностных систем // Труды БГТУ. Сер. 3. Физ.-мат. науки и информатика. 2020. № 1. С. 5–13.

ОБ ОПТИМАЛЬНОСТИ ОСОБЫХ УПРАВЛЕНИЙ В СТОХАСТИЧЕСКИХ ОБЫКНОВЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

Р.О. Масталиев

Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан
mastaliyevrashad@gmail.com

Рассматривается задача оптимального управления обыкновенными стохастическими системами Ито (уравнением диффузии) [1–4], при предположении, что управляющая функция также входит в коэффицент диффузии, а критерий оптимальности является математическим ожиданием многоточечного функционала. Установлен стохастический аналог принципа максимума Понтрягина и исследован случай его вырождения (особые управления) [5, 6].

Пусть (Ω, F, P) — полное вероятностное пространство с определенным на нем неубывающим потоком σ-алгебр F^t, где $F^t = \sigma(w(s), t_0 \leq s \leq t)$, а $w(t)$ — n-мерный стандартный винеровский процесс. $L_F^2(t_0, t_1; R^n)$ — пространство измеримых по (t, ω) и F^t-согласованных процессов, $x(t, \omega) : [t_0, t_1] : \Omega \to R^n$, для которых

$$E \int_{t_0}^{t_1} \|x(t)\|^2 dt < +\infty,$$

где E — знак математического ожидания.

Предположим, что закон движения управляемой динамической системы на заданном отрезке времени $T = [t_0, t_1]$ описывается системой нелинейных стохастических уравнением Ито

$$dx(t) = f(t, x(t), u(t))dt + \sigma(t, x(t), u(t))dw(t), t \in T = [t_0, t_1], \tag{1}$$

с начальным условием

$$x(t_0) = x_0. \tag{2}$$

Здесь $x(t) \in R^n$ — вектор состояния системы; $f(t, x, u)$ — заданная n-мерная вектор-функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по x до второго порядка включительно; $\sigma(t, x, u) : T \times R^n \times R^r \to R^{n \times n}$ — $(n \times n)$-мерная матричная функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по x до второго порядка включительно.

$$u(t, \omega) \in U_d \equiv \{u(.,.) \in L_F^2(t_0, t_1; R^r) | u(.,.) \in U \subset R^r, \text{п.н.}\} \tag{3}$$

где U — заданное непустое, ограниченное множество.

Множество U_d назовем множеством допустимых управлений.

Предполагается, что каждому допустимому управлению $u(t)$, $t \in T$, соответствует единственное почти наверное непрерывное решение $x(t)$ системы (1)–(2).

Требуется подобрать процесс управления $(u(t), x(t))$ с целью минимизации значения многоточечного функционала качества:

$$S(u) = E\varphi(x(T_1), x(T_2), \ldots, x(T_k)), \tag{4}$$

где $\varphi(z_1, z_2, ..., z_k)$ — заданная дважды непрерывно дифференцируемая скалярная функция, а $T_i \in (t_0, t_1], i = \overline{1, k}$, — заданные точки, причем $t_0 < T_1 < T_2 < ... < T_k \leq t_1$.

Применяя модифицированный вариант метода, развитый в детерминированных случаях в работах [5, 6], установлен стохастический принцип максимума Понтрягина. Далее, используя стохастический аналог метода, предложенный и развитый в работах [7, 8], установлены необходимые условия оптимальности особых управлений в рассматриваемой задаче (1)–(4).

Библиографические ссылки

1. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Стохастические дифференциальные уравнения. Киев: Наук. думка, 1968, 355 с.
2. *Параев Ю.И.* Введение в статистическую динамику процессов управления и фильтрации. М.: Сов. радио, 1976, 184 с.
3. *Оксендаль Б.* Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. М.: Мир, 2003, 408 с.
4. *Леваков А.А.* Стохастические дифференциальные уравнения. Минск: БГУ, 2009, 231 с.
5. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Принцип максимума в теории оптимального управления. М. URSS, 2011, 272 с.
6. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Особые оптимальные управления. М.: Книжный дом «Либроком», 2013, 256 с.
7. *Мансимов К.Б., Марданов М. Дж.* Качественная теория оптимального управления системами Гурса–Дарбу. Баку: «ЭЛМ», 2010, 360 с.
8. *Мансимов К.Б.* Особые управления в системах с запаздыванием. Баку: «ЭЛМ», 2013, 176 с.

ОЦЕНКИ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

И.И. Матвеева

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия
matveeva@math.nsc.ru

Рассматриваются системы дифференциальных уравнений с переменным запаздыванием

$$\dot{y}(t) = A(t)y(t) + B(t)y(t-\tau(t)) + C(t)\dot{y}(t-\tau(t))$$

$$+F(t, y(t), y(t-\tau(t)), \dot{y}(t-\tau(t))), \qquad t > 0, \tag{1}$$