

$$\begin{aligned}
X_2^*(t, \tau) &= X_1^*(t, \tau)A_{12}(\tau) + X_2^*(t, \tau + h)A_{22}(\tau + h) + \int_{t_0}^{t_0+t-\tau} (X_1^*(t, \\
&s + \tau - t_0)D_{12}(s + \tau - t_0, s) + X_2^*(t, s + \tau - t_0)D_{22}(s + \tau - t_0, s)) ds \\
&+ \sum_{k=0}^{T_t} Z^*(t, t - kh)D_{22}(t - kh, t_0 + t - kh - \tau), \\
X_1^*(t, t - kh - 0) - X_1^*(t, t - kh + 0) &= Z^*(t, t - kh)A_{21}(t - kh), \\
Z^*(t, t - kh) &= Z^*(t, t - kh + h)A_{22}(t - kh + h), \quad k = 1, 2, \dots, T_t; \\
\text{границными условиями } X_1^*(t, t - 0) &= X_{10}^*, \quad Z^*(t, t) = Z_0^*, \quad X_2^*(t, \tau) = \\
\Phi^*(\tau), \quad \tau > t.
\end{aligned}$$

Теорема 1. *Обобщенная формула Коши: пусть вектор-функции $x_1(\cdot)$, $x_2(\cdot)$ являются решением системы (1) – (3). Тогда имеют место следующие представления этих решений на основе соответствующих решений сопряженной системы:*

$$\begin{aligned}
&X_1^*(t, t_0 - 0)x_{10} + \int_{t_0-h}^{t_0} X_2^*(t, \tau + h)A_{22}(\tau + h)\varphi(\tau)d\tau + \int_{t_0}^t (X_1^*(t, \tau)B_1(\tau) \\
&+ X_2^*(t, \tau)B_2(\tau))u(\tau)d\tau + Z^*(t, t - T_th)A_{22}(t - T_th)\varphi(t - T_th - h) \\
&+ \sum_{k=0}^{T_t} Z^*(t, t - kh)B_2(t - kh) = \\
&\begin{cases} x_1(t), \quad t \geq t_0, \text{ если } X_{10}^* = I_{n_1}, \quad Z_0^* = 0, \\ x_2(t), \quad t \geq t_0, \text{ если } X_{10}^* = A_{21}(t), \quad Z_0^* = I_{n_2}; \end{cases} \quad \Phi^*(\tau) \equiv 0, \quad \tau > t.
\end{aligned}$$

О ЗАДАЧЕ СТАБИЛИЗАЦИИ СКАЛЯРНЫХ ГИБРИДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ СИСТЕМ

В.М. Марченко, И.М. Борковская

Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь
{vladimir.marchenko, borkovskaia}@gmail.com

В работе исследуются вопросы стабилизации скалярных гибридных дифференциально-разностных (ГДР) систем в шкалах линейных регуляторов по типу обратной связи. Рассматриваются два вида регуляторов: простейший регулятор, не выводящий систему за пределы заданного класса, и регулятор с интегральными составляющими типа свертки. Представлены необходимые условия стабилизации с помощью указанных регуляторов. Показано, что необходимое условие стабилизации с помощью регулятора с интегральными составляющими типа свертки является одновременно и достаточным [1].

Рассмотрим стационарную скалярную гибридную дифференциально-разностную систему в симметрической относительно операторов дифференцирования и сдвига форме

$$\dot{x}_1(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + b_1u(t), \quad (1)$$

$$x_2(t+h) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + b_2u(t), t \geq 0, \quad (2)$$

с начальными условиями

$$x_1(0) = x_{10}, x_2(\tau) = \psi(\tau), \tau \in [0, h]. \quad (3)$$

Здесь $x_1(t) \in \mathbb{R}$, $x_2(t) \in \mathbb{R}$, $h > 0$, $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2$ — действительные числа; $u(\cdot)$ — внешнее (кусочно-непрерывное) воздействие — управление; $\psi(\cdot)$ — начальная кусочно-непрерывная функция. Под решением системы (1), (2) будем понимать абсолютно непрерывную функцию $x_1(\cdot)$ и кусочно-непрерывную функцию $x_2(\cdot)$, которые для всех $t \geq 0$ удовлетворяют уравнению (2) и для почти всех $t \geq 0$ удовлетворяют уравнению (1). Такое решение начальной задачи (1)–(3) для каждого начального значения x_{10} и кусочно-непрерывной функции $\psi(\cdot)$ существует, единственно и может быть найдено методом интегрирования системы (1)–(3) «по шагам». Присоединим к системе шкалы (классы) линейной обратной связи в виде:

1) простейшего регулятора

$$u(t) = Q_1x_1(t) + Q_2x_2(t), \quad (4)$$

2) более общего регулятора с интегральными составляющими типа свертки

$$u(t) = Q_1x_1(t) + Q_2x_2(t) + \int_0^t Q_1(s)x_1(t-s)ds + \int_0^t Q_2(s)x_2(t+h-s)ds, \quad (5)$$

где Q_1 и Q_2 — действительные числа; $Q_1(\cdot)$ и $Q_2(\cdot)$ — кусочно-непрерывные функции с конечным носителем $H > 0$, $Q_1(\cdot) \equiv 0$, $Q_2(\cdot) \equiv 0$ для $t > H$.

Исследуем задачу стабилизации системы (1), (2) в шкалах (4), (5), т.е. задачу отыскания регуляторов того или иного типа (отыскания чисел Q_1, Q_2 , функций $Q_1(\cdot), Q_2(\cdot)$, при которых замкнутая система является устойчивой в том или ином смысле — асимптотически устойчивой, если не оговорено иное.

Теорема 1. Если система (1), (2) является стабилизируемой в шкале (4) (или (5)), то

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \lambda - a_{11} & -a_{12}e^{-\lambda h} & b_1 \\ -a_{21} & 1 - a_{22}e^{-\lambda h} & b_2 \end{bmatrix} = 2, \text{Re}\lambda > 0. \quad (6)$$

Теорема 2. Если система (1), (2) является стабилизируемой в шкале (4) (или (5)), то

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \lambda - a_{22} & b_2 \end{bmatrix} = 1, \forall \lambda \in \mathbb{C}, |\lambda| < 1. \quad (7)$$

Теорема 3. Необходимые условия (6), (7) стабилизируемости системы (1), (2) в шкале регуляторов (5) являются и достаточными.

Приводится пример системы, для которой не существует простейшего регулятора, позволяющего ее стабилизировать, но находится регулятор с интегральными элементами. Получены условия стабилизации системы регулятором (4). Результаты могут быть применены при синтезе управляющих воздействий в реальных системах управления, описываемых дифференциально-разностными системами.

Библиографические ссылки

1. Марченко В.М., Борковская И.М. О стабилизации скалярных гибридных дифференциально-разностных систем // Труды БГТУ. Сер. 3. Физ.-мат. науки и информатика. 2020. № 1. С. 5–13.

ОБ ОПТИМАЛЬНОСТИ ОСОБЫХ УПРАВЛЕНИЙ В СТОХАСТИЧЕСКИХ ОБЫКНОВЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

Р.О. Масталиев

Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан
mastaliyevrashad@gmail.com

Рассматривается задача оптимального управления обыкновенными стохастическими системами Ито (уравнением диффузии) [1–4], при предположении, что управляющая функция также входит в коэффициент диффузии, а критерий оптимальности является математическим