$h^T W(t_k, t_{k+1})h \geqslant \gamma(t_{k+1} - t_k)\|h\|^2$, *то характеристические показатели системы* (3) *глобально управляемы.*

Работа первого автора выполнена при финансовой поддержке БРФФИ, договор № Ф20Р-005. Исследования второго автора выполнены при поддержке РФФИ (грант 20-01-00293) и Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 075-00232-20-01, проект FEWS-2020-0010.

Библиографические ссылки

1. *Kalman R.E.* Contribution to the theory of optimal control // Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana. 1960. Vol. 5. No. 1. P. 102–119.
2. *Макаров Е.К., Попова С.Н.* Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем. Минск: Беларус. навука, 2012.
3. *Anderson B.D.O., Ilchmann A., Wirth F.R.* Stabilizability of Linear Time-Varying Systems // Systems & Control Letters 2013. Vol. 62. No. 9. P. 747–755.

КОНФЛИКТНАЯ ДИНАМИКА В ОБОБЩЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

О.А. Малафеев[1], И.В. Зайцева[2,3], Н.Д. Рединских[1]

[1] Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Петергоф, Россия
o.malafeev@spbu.ru

[2] Российский государственный гидрометеорологический университет, Россия

[3] Ставропольский государственный аграрный университет, Россия

Введение. В работе формализуется определение бескоалиционной однократной игры $\Gamma = \langle I = \{1, ..., n\}, \{\Phi_i\}_1^n, \{H_i\}_1^n \rangle$ с независимым выбором игроками стратегий и строящихся по ней n-ходовых игр $\Gamma_p = \Gamma_i$, с порядком ходов $p = (i_1, i_2, ..., i_n = i)$, с теми же функциями выигрыша и множеством выборов Φ_i. Формулируется утверждение о равновесной ситуации [1] в игре Γ, если $\overline{\varphi}$ есть равновесный выбор игроков в n-ходовой игре Γ_i при всяком $i \in I$.

Постановка задачи. Пусть $\mathcal{F}$ — обобщенная динамическая система [2] в полном локально компактном метрическом пространстве X, задаваемая посредством функции достижимости $F(x_0, t_0, t)$. n-*Параметрическим управлением* в этой системе назовем совокупность

$$M = \big\{\{U_i[x_0, t_0, t]\}_1^n,\ \pi[x_0, t_0, t], *\big\},$$

где $U_i[\cdot]$ — непустое множество при $x_0 \in X$; $t_0, t \in R_1^+$, $t_0 \leq t$; $\pi[\cdot] : U[\cdot] = \prod_{i=1}^n V_i[\cdot] \to \widehat{F}(\cdot)$, $\pi[\cdot]$ — однозначное эпиморфное отображение; $*$ — операция, сопоставляющая всяким совместным элементам $u^1[x_0, t_0, t_1] \in U[\cdot]$, $u^2[x_1, t_1, t_2] \in U[\cdot]$ (т. е. таким, что $\pi[x_0, t_0, t_1](u^1)(t_1) = x_1$) элемент $u^1 * u^2 = u^3 \in U[x_0, t_0, t_2]$ таким образом, что

$$\pi[x_0, t_0, t_2](u^3)(t) \begin{cases} \pi[x_0, t_0, t_1](u^1)(t), & t \in [t_0, t_1], \\ \pi[x_1, t_1, t_2](u^2)(t), & t \in [t_1, t_2]. \end{cases}$$

Пару $\mathcal{D} = (\mathcal{F}, M)$ назовем *динамикой n-зависимых движений.*

Рассмотрим бескоалиционную однократную игру $\Gamma = \langle I = \{1, ..., n\}, \{\Phi_i\}_1^n, \{H_i\}_1^n \rangle$ с независимым выбором игроками стратегий φ_i и строящиеся по ней n-ходовые игры $\Gamma_p = \Gamma_i$, с порядком ходов $p = (i_1, i_2, ..., i_n = i)$, с теми же функциями выигрыша и множеством выборов Φ_i. Обозначим через $\mathcal{E}_\Gamma$ ($\mathcal{E}_{\Gamma_i}$) множество равновесных наборов в игре Γ (Γ_i) и отождествим выбор φ_j со стратегией игрока в игре Γ_p. Также отметим, что в действительности *стратегией игрока i_k* следует в игре Γ_p назвать отображение $\prod_{l=1}^{k-1} \Phi_{i_l} \to \Phi_{i_k}$, а набор φ следует назвать *исходом соответствующей ситуации.* Получим следующее утверждение.

Утверждение 1. *Ситуация $\overline{\varphi}$ является равновесной в игре Γ, если $\overline{\varphi}$ есть равновесный выбор игроков в n-ходовой игре Γ_i при всяком $i \in I$ (т. е. если все игроки, кроме i, выбирали $\{\overline{\varphi}_j\}_{j \neq i}$, то игроку i не выгодно отклоняться от φ_i).*

Отсюда получаем следствие:

Следствие Множество равновесных наборов $\mathcal{E}_\Gamma \neq \emptyset$, если $\bigcap\limits_I \mathcal{E}_{\Gamma_i} \neq \emptyset$. Для многошаговой игры $\Gamma_p^\sigma(x_0, T)$ имеют место рекуррентные стандартные соотношения динамического программирования, связывающие значения функций выигрыша в равновесных ситуациях для N-шаговой игры с таковыми для $(N-1)$-шаговой игры (при фиксированной ветви val_i). Обозначив через ${}^\sigma V_j^i(x, T)$ значение функции выигрыша игрока j в игре $\Gamma_i^\sigma(x, T)$ в равновесной ситуации и положив ${}^\sigma V^i(\cdot) = \{{}^\sigma V_j^i\}_{j=1}^n$, будем записывать эти соотношения в следующем виде:

$$ {}^\sigma V(x_0, T) = \tag{1}$$

$$\mathrm{val}^i_{u^1(\cdot)} \left({}^\sigma V^i \left(x_0 + \int\limits_0^{t_1} f(x(t), u^1(t))\, dt \right), T - t_1 \right) {}^\sigma V^i(x, 0) = H(x).$$

Можно доказать, что в дифференциальных играх с независимыми движениями у всех n игроков существуют ситуации равновесия [3], причем понятно, что функция $V(x,T)$ значения выигрышей игроков в равновесных ситуациях в общем случае многозначна. Поэтому ясно, что и в рассматриваемом более общем случае функция

$$V^i = \lim_{|\sigma|\to 0} {}^{\sigma}V^P(\cdot) = V^P(\cdot)$$

также, вообще говоря, многозначна.

Библиографические ссылки

1. *Малафеев О.А.* Ситуации равновесия в динамических играх. Кибернетика. 1974. № 3. С. 111–118.
2. *Малафеев О.А., Зубова А.Ф., Новожилова Л.М.* Математическое моделирование сложных систем. СПб.: Изд. Санкт-Петербургского университета, 1999.
3. *Малафеев О.А.* Управляемые конфликтные системы. СПб.: Изд. Санкт-Петербургского университета, 2000.

О ЛИНЕЙНОЙ МАКСИМИННОЙ ЗАДАЧЕ СО СВЯЗАННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

А.Р. Маматов

Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан
akmm1964@rambler.ru

Наиболее трудным при разработки алгоритмов решения многоэкстремальных задач является составление блока алгоритма, осуществляющей переход с одного локального оптимального плана на другой план, при которой значение целевой функции задачи улучшается.

Наряду с прямыми методами исследования экстремальных задач, важную роль играют двойственные методы [1, 2], которые во многих случаях открывают дополнительную возможность для перехода к лучшему плану по значению целевой функции, что невозможно или трудно при исследование рассматриваемых задач прямыми методами.

В данной работе для линейной максиминной задачи со связанными переменными [2, 3, 4]

$$\varphi(x) = \min_{y\in Y(x)} (c'x + d'y) \to \max_{x\in X},$$

здесь $X = \{x \mid f_* \le x \le f^*\}$, $Y(x) = \{y \mid g_* \le y \le g^*, Ax + By = b\}$, $c = c(J)$, $x = x(J)$, $f_* = f_*(J)$, $f^* = f^*(J)$ – n-векторы, $d = d(K)$,