намических характеристик силового воздействия. При этом скорость спуска также не зависит от выбранного угла наклона корпуса. От этого угла зависит только величина управляющего момента.

Таким образом, оптимальный разгон лыжника на прямолинейном участке спуска достигается при некотором фиксированном положении корпуса. Реализация этого режима спуска связана только с возможностями лыжника осуществлять полученный закон изменения управляющего момента.

Библиографические ссылки

1. *Подгаец А.Р., Рудаков Р.Н.* Биомеханические проблемы прыжка на лыжах с трамплина // Russian J. Biomechanics. 2000. Vol. 4. No. 2. P. 1–11.
2. *Remizov L.P.* Optimal running on skis in downhill // J. Biomechanics. 1980. Vol. 13. No. 11. P. 941–945.
3. *Maronski R.* On optimal running downhill on skis // J. Biomechanics. 1990. Vol. 23. No. 5. P. 435–439.
4. *Локшин Б.Я., Самсонов В.А.* Задача о движении тела в сопротивляющейся среде. М.: изд. МГУ, 2012.

УПРАВЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ЛЯПУНОВА ВПОЛНЕ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

Е.К. Макаров[1], С.Н. Попова[2]

[1] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
jcm@im.bas-net.by

[2] Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия
udsu.popova.sn@gmail.com

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geq 0, \tag{1}$$

с кусочно-непрерывными и ограниченными матрицами коэффициентов A и B. Через $X(t,s)$, $t,s \geq 0$, обозначим матрицу Коши соответствующей свободной системы

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0. \tag{2}$$

Система (1) называется равномерно вполне управляемой [1], если существуют такие положительные числа ϑ и α, что при всех $t \geq 0$, $h \in \mathbb{R}^n$ справедливо неравенство $h^T W(t, t+\vartheta)h \geqslant \alpha_2 \|h\|^2$, где

$$W(t,s) = \int_t^s X(t,\tau)B(\tau)B^T(\tau)X^T(t,\tau)\,d\tau -$$

матрица управляемости Калмана [1].

Пусть управление u формируется по принципу линейной обратной связи $u = U(t)x$, где матрица коэффициентов обратной связи (матричное управление) тоже кусочно-непрерывна и ограничена. Тогда замкнутая система

$$\dot{y} = (A(t) + B(t)U(t))y, \quad y \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \tag{3}$$

будет представлять собой линейную дифференциальную систему с ограниченными кусочно-непрерывными коэффициентами, и поэтому для нее будут определены все ляпуновские инварианты (инварианты преобразований Ляпунова) и, в том числе, характеристические показатели, которые мы обозначим через $\lambda_1(A+BU) \leq \ldots \leq \lambda_n(A+BU)$.

Будем говорить, что показатели системы (3) глобально управляемы в некотором классе матричных управлений, если при любом заданном наборе вещественных чисел μ_k, $k = 1, \ldots, n$, таком что $\mu_1 \leq \ldots \leq \mu_n$, выбором матричного управления U из заданного класса можно добиться выполнения равенств $\lambda_k(A+BU) = \mu_k$ для всех $k = 1, \ldots, n$.

В теории управления асимптотическими инвариантами линейных дифференциальных систем хорошо известен [2, с. 337] следующий результат: *если система* (1) *равномерно вполне управляема, а матрица B кусочно равномерно непрерывна (то есть представима в виде суммы равномерно непрерывной и кусочно-постоянной матриц* [2, с. 264]), *то характеристические показатели системы* (3) *глобально управляемы с помощью кусочно-непрерывного ограниченного матричного управления U.*

Для вполне управляемых систем, не удовлетворяющих условиям определения равномерной полной управляемости, аналогичный результат отсутствует, несмотря на то, что имеется ряд результатов о стабилизации таких систем (см. например [3]), которую можно рассматривать как управление старшим показателем системы.

Будем говорить, что последовательность t_k, $k \in \mathbb{N}$, удовлетворяет условию медленного роста, если выполнено условие $\lim\limits_{k\to\infty} t_{k+1}/t_k = 1$.

Теорема 1. *Пусть система* (1) *вполне управляема, система* (2) *диагонализируема, а матрица B кусочно равномерно непрерывна. Если существует монотонно возрастающая к $+\infty$ последовательность t_k, $k \in \mathbb{N}$, положительных вещественных чисел, удовлетворяющая условию медленного роста, такая что для некоторого $\gamma > 0$ при всех $k \in \mathbb{N}$ и всех $h \in \mathbb{R}^n$ выполнены неравенства*

$h^T W(t_k, t_{k+1})h \geqslant \gamma(t_{k+1} - t_k)\|h\|^2$, *то характеристические показатели системы* (3) *глобально управляемы.*

Работа первого автора выполнена при финансовой поддержке БРФФИ, договор № Ф20Р-005. Исследования второго автора выполнены при поддержке РФФИ (грант 20-01-00293) и Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 075-00232-20-01, проект FEWS-2020-0010.

Библиографические ссылки

1. *Kalman R.E.* Contribution to the theory of optimal control // Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana. 1960. Vol. 5. No. 1. P. 102–119.
2. *Макаров Е.К., Попова С.Н.* Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем. Минск: Беларус. навука, 2012.
3. *Anderson B.D.O., Ilchmann A., Wirth F.R.* Stabilizability of Linear Time-Varying Systems // Systems & Control Letters 2013. Vol. 62. No. 9. P. 747–755.

КОНФЛИКТНАЯ ДИНАМИКА В ОБОБЩЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

О.А. Малафеев[1], И.В. Зайцева[2,3], Н.Д. Рединских[1]

[1] Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Петергоф, Россия
o.malafeev@spbu.ru

[2] Российский государственный гидрометеорологический университет, Россия

[3] Ставропольский государственный аграрный университет, Россия

Введение. В работе формализуется определение бескоалиционной однократной игры $\Gamma = \langle I = \{1, ..., n\}, \{\Phi_i\}_1^n, \{H_i\}_1^n\rangle$ с независимым выбором игроками стратегий и строящихся по ней n-ходовых игр $\Gamma_p = \Gamma_i$, с порядком ходов $p = (i_1, i_2, ..., i_n = i)$, с теми же функциями выигрыша и множеством выборов Φ_i. Формулируется утверждение о равновесной ситуации [1] в игре Γ, если $\overline{\varphi}$ есть равновесный выбор игроков в n-ходовой игре Γ_i при всяком $i \in I$.

Постановка задачи. Пусть $\mathcal{F}$ — обобщенная динамическая система [2] в полном локально компактном метрическом пространстве X, задаваемая посредством функции достижимости $F(x_0, t_0, t)$. n-*Параметрическим управлением* в этой системе назовем совокупность

$$M = \big\{\{U_i[x_0, t_0, t]\}_1^n,\ \pi[x_0, t_0, t], *\big\},$$