где T, M — заданные положительные числа, ν_0, μ_0 — заданные числа, $f \in L_2(Q)$, $u_0 \in W_2^1(0,\ell)$, $u_1 \in L_2(0,\ell)$, $R \in L_\infty(Q), \varphi \in L_2(0,\ell)$ — заданные функции и $\int\limits_0^\ell K^2(x)dx < \infty$.

Задаче (1)-(5) сопоставляется следующая задача оптимального управления: требуется минимизировать функционал

$$I(\vartheta) = \frac{1}{2}\int\limits_0^\ell \left[\int\limits_0^T R(x,t)u(x,t;\vartheta)dt - \varphi(x)\right]^2 dx + \frac{\alpha}{2}\int\limits_0^\ell |\vartheta(x|^2 dx \qquad (6)$$

при условиях (1)-(3), (5), где $u = u(x,t) = u(x,t;v)$ — решение краевой задачи (1)-(3) соответствующее функцию $v = v(x) \in V$.

В работе доказывается непрерывная дифференцируемость по Фреше функционала (6) и выводится необходимое условие оптимальности в виде вариационного неравенства.

Библиографические ссылки

1. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи. Новосибирск, 2009, 457с.
2. *Guliyev H.F., Tagiev H.T.* An optimal control problem with non-local conditions for the weakly nonlinear hyperbolic equation // Optimal control applications and methods. 2013. Vol. 34. Issue 2. P. 216–235.

К ИНТЕГРИРОВАНИЮ УРАВНЕНИЯ МАТЬЕ С ЗАТУХАНИЕМ В МОНОГРАФИИ Н.Н. БОГОЛЮБОВА И Ю.А. МИТРОПОЛЬСКОГО “АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ”

А.Ф. Курин

Воронежский госуниверситет, Воронеж, Россия
afkurin@mail.ru

Введение. В монографии [1] рассмотрено, в частности, уравнение Матье с затуханием, для которого на плоскости параметров уравнения вычислены границы трех областей параметрического резонанса (формулы (17.62)–(17.64) в [1]). При этом авторы ограничивались тем приближением асимптотического метода, в котором появляется та или иная область резонанса: указанные три формулы получены в первом, втором и третьем приближениях соответственно. Отметим, что в монографии отсутствуют какие-либо подробности вывода формул.

В настоящей работе уравнение Матье интегрируется асимптотическим методом, принятым в монографии [1], сохранены также обозначения величин. Амплитуда и фаза колебаний имеет вид разложения по степеням малого параметра ε. Однако теперь предусмотрена возможность в полученных выражениях устанавливать порядок малости параметров, входящих в уравнение, поскольку, как показал анализ, для существования каждой области параметрических колебаний требуется своя комбинация порядков малости трех параметров. Справедливость полученных выражений для границ второй и третьей областей резонанса подтверждается численным решением уравнения Матье с затуханием. Эти выражения отличаются от формул в [1].

В настоящей работе границы всех трех областей найдены в третьем приближении асимптотического метода.

1. Преобразование уравнения Матье. В обозначениях работы [1] запишем уравнение Матье с затуханием (см. (17.61) в [1])

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \delta\frac{dx}{dt} + \omega^2\left[1 - h\cos(\nu t)\right]x = 0. \tag{1}$$

Рассматриваются резонансы, когда близки частоты ω и $p\nu/q$. Здесь p и q - взаимно простые числа. Частоты связаны соотношением $\omega^2 = (p\nu/q)^2 + \varepsilon\Delta_1 + \varepsilon^2\Delta_2 + \varepsilon^3\Delta_3 + \cdots$, где ε - малый параметр. Малыми величинами являются также затухание $\delta = \varepsilon\delta_1 + \varepsilon^2\delta_2 + \varepsilon^3\delta_3 + \cdots$ и параметр $h = \varepsilon h_1$. В отличие от [1] представление частотной расстройки и коэффициента затухания рядом по степеням ε позволяет выбирать порядок малости этих величин при анализе полученных формул.

Как в [1], после разложения левой и правой частей уравнения (1) по степеням ε следуют дифференциальные уравнения первого, второго и третьего приближений асимптотического метода.

2. Границы областей параметрического резонанса. В результате вычислений на плоскости параметров $((2\omega/\nu)^2,\ h)$ (как в [1]) получаем границы трех областей параметрического резонанса в третьем приближении: в случае $\omega \approx \nu/2$ -

$$\left(\frac{2\omega}{\nu}\right)^2 = 1 \pm \sqrt{\frac{h^2}{4} - \frac{4\delta^2}{\nu^2}} + \frac{7h^2}{32} \pm \frac{\dfrac{39h^4}{1024} - \dfrac{9h^2\delta^2}{32\nu^2}}{\sqrt{\dfrac{h^2}{4} - \dfrac{4\delta^2}{\nu^2}}}, \tag{2}$$

при $\omega \approx \nu$ -

$$\left(\frac{2\omega}{\nu}\right)^2 = 4 + \frac{2h^2}{3} \pm \sqrt{h^4 - \frac{16\delta^2}{\nu^2}}, \tag{3}$$

если $\omega \approx 3\nu/2$ -

$$\left(\frac{2\omega}{\nu}\right)^2 = 9 + \frac{81h^2}{64} \pm \sqrt{\left(\frac{81}{64}\right)^3 h^6 - \frac{36\delta^2}{\nu^2}}. \tag{4}$$

В формуле (2) первые два слагаемых описывают границу в первом приближении. Они совпадают с (17.62) в [1]. Формула (3) отличается от (17.63) в [1] числовым множителем при δ^2. Там вместо 16 стоит 64. Выражение (4) не совпадает с (17.64) в [1], где под корнем при δ^2 стоит множитель 324.

Отметим, что уравнение Матье, взятое в виде $\ddot{x} + \delta\dot{x} + [a + q\cos(2t)]\,x = 0$, решено в [2] асимптотическим методом усреднения. Если в уравнении (1) положить $\nu = 2$ и перейти к параметрам (a, q), из (2)-(4) для границ областей резонанса на плоскости этих параметров получим формулы работы [2].

Библиографические ссылки

1. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.
2. *Беломытцева Е.Г., Курин А.Ф., Туленко Е.Б.* Задача Коши для уравнения Матье с затуханием при параметрическом резонансе// Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. 2018. № 3. С. 105–125.

ОБ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ДИСКРЕТНЫХ 2D СИСТЕМ

Г.А. Курина

Воронежский госуниверситет, Воронеж, Россия

Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" РАН, Москва, Россия

kurina@math.vsu.ru

Обратная задача вариационного исчисления состоит в следующем. Требуется найти функционал, для которого данное уравнение является необходимым условием экстремума этого функционала. Подобная задача для системы дискретных уравнений рассматривалась в [1].