## Библиографические ссылки

1. *Тюкин И.Ю., Терехов В.А.* Адаптация в нелинейных динамических системах. СПб.: ЛКИ, 2008.
2. *Колесников А.А.* Метод интегральной адаптации нелинейных систем на инвариантных многообразиях // Тр. 3-й мультиконференции по проблемам управления, 2010. С. 29–34.
3. *Kolesnikova S.I.* Synthesis of the control system for a second order non-linear object with an incomplete description // Automation and Remote Control. 2018. Vol. 79. No. 9. P. 1556–1566.


# ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ЗАМЫКАЕМЫХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ В ЛИНЕЙНОЙ ТЕРМИНАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ


**Д.А. Костюкевич**

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
kostukDA@bsu.by


Для линейной системы управления с возмущением

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Mw(t), \quad x(0) = x_0, \quad t = 0, 1, \ldots, T-1, \quad (1)$$

рассматривается задача о минимизации гарантированного значения $\max_{w(\cdot)} c'x(T)$ терминального критерия качества при условии попадания траектории системы (1) с гарантией (при любой реализации $w(\cdot)$) на терминальное множество $X_T = \{x \in \mathbb{R}^n : g_{\min} \le Hx \le g_{\max}\}$ в момент времени $T$. Здесь $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — состояние, $u(t) \in U = \{u \in \mathbb{R}^r : u_{\min} \le u \le u_{\max}\}$ — управление, $w(t) \in W = \{w \in \mathbb{R}^p : ||w||_\infty \le w_{\max}\}$ — неизвестное возмущение, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times r}$, $M \in \mathbb{R}^{n\times p}$, $H \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $g_{\min}$, $g_{\max} \in \mathbb{R}^m$, $c \in \mathbb{R}^n$, — заданные матрицы и векторы.

Дополним постановку предположением о том, что система (1) будет замкнута [1] в момент времени $T_1 \in \{1, 2, \ldots, T-1\}$ — момент замыкания системы (1). Следуя [2], считаем, что в момент времени $T_1$ можно: 1) точно измерить состояние объекта управления $x_1 = x^*(T_1)$; 2) с учетом измерения выбрать новое управление $u_1(\cdot|T_1, x_1)$.

Учитывая предположения, будем искать решение задачи в виде стратегии управления $\pi_1 = \{u_0(\cdot); u_1(\cdot|T_1, x_1), x_1 \in X(T_1|0, x_0, u_0(\cdot))\}$, где $X(T_{k+1}|T_k, x_k, u_k(\cdot)) = \{x \in \mathbb{R}^n : x = x(T_{k+1}|T_k, x_k, u_k(\cdot), w_k(\cdot))\}$, $x(t|T_k, x_k, u_k(\cdot), w_k(\cdot))$, $t = 0, 1, \ldots, T-1$, — траектория системы (1) с начальным условием $x(T_k) = x_k$ под действием управления

$u_k(\cdot) = (u_k(t) \in U, t \in \Delta_k)$ и возмущения $w_k(\cdot) = (w_k(t) \in W, t \in \Delta_k)$, $k = 0, 1$, $\Delta_0 = \{0, \ldots, T_1 - 1\}$, $\Delta_1 = \{T_1, \ldots, T - 1\}$, $T_0 = 0$, $T_2 = T$.

В [3] сформулированы задачи, по решению которых строится оптимальная стратегия $\pi_1^0 = \{u_0^0(\cdot); u_1^0(\cdot|T_1, x_1),\ x_1 \in X(T_1|0, x_0, u_0^0(\cdot))\}$, доставляющая минимум гарантированного значения терминального критерия (см. также задачи ниже при $\tau = 0$ и $z = x_0$).

Цель работы — управление системой (1) по принципу замкнутого контура. Поэтому на основе оптимальных стратегий (с моментом замыкания $T_1$) определим так называемую оптимальную замыкаемую обратную связь [1] для системы (1). Для этого погрузим рассматриваемую задачу в семейство задач, в котором процесс управления стартует в момент времени $\tau$ из состояния $z \in \mathbb{R}^n$. Оптимальную стратегию задачи семейства для позиции $(\tau, z)$ при $\tau \in \Delta_0$ обозначим $\pi_1^0(\tau, z) = \{u_0^0(\cdot|\tau, z); u_1^0(\cdot|T_1, x_1), x_1 \in X(T_1|\tau, z, u_0^0(\cdot|\tau, z))\}$. Здесь, следуя [3], получим, что $u_0^0(\cdot|\tau, z)$ является решением задачи

$$\min_{u_0} \max_{w_0} J_1(T_1, x(T_1|\tau, z, u_0(\cdot), w_0(\cdot))), \tag{2}$$

а $u_1^0(\cdot|T_1, x_1)$ при $x_1 \in X(T_1|\tau, z, u_0^0(\cdot|\tau, z))$ является решением задачи

$$\begin{aligned} J_1(T_1, x_1) = \quad & \min_{u_1} \max_{w_1} c' x(T|T_1, x_1, u_1(\cdot), w_1(\cdot)), \\ & x(T|T_1, x_1, u_1(\cdot), w_1(\cdot)) \subseteq X_T \ \forall\ w_1(\cdot). \end{aligned} \tag{3}$$

Тогда оптимальная замыкаемая обратная связь имеет вид

$$u^0(\tau, z) = \begin{cases} u_0^0(\tau|\tau, z), & \tau \in \Delta_0, \\ u_1^0(\tau|\tau, z), & \tau \in \Delta_1, \end{cases}$$

где $u_0^0(t|\tau, z)$, $t = \tau, \ldots, T_1 - 1$, — оптимальное управление в составе $\pi_1^0(\tau, z)$, — решение задачи (2); $u_1^0(t|\tau, z)$, $t = \tau, \ldots, T - 1$, — оптимальное управление задачи (3) для позиции $(\tau, z)$.

Для построения реализации $u^*(\tau) = u^0(\tau, x^*(\tau))$, $\tau = 0, 1, \ldots, T-1$, в реальном времени [1] оптимальной замыкаемой обратной связи вдоль реализующейся в каждом конкретном процессе управления траектории $x^*(\tau)$, $\tau = 0, 1, \ldots, T - 1$, необходимо быстро строить оптимальные стратегии $\pi_1^0(\tau, x^*(\tau))$, $\tau \in \Delta_0$, т.е. решать задачи вида (2). В докладе будет показано, как эти задачи сводятся к задачам линейного программирования и как осуществляется коррекция предыдущего решения $u_0^0(\cdot|\tau-1, x^*(\tau-1))$ для быстрого построения текущего решения $u_0^0(\cdot|\tau, x^*(\tau))$.

## Библиографические ссылки


1. *Балашевич Н.В., Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью // Журн. вычислит. матем. и матем. физики, 2004. Т. 44. № 2. С. 265–286.
2. *Kostyukova O., Kostina E.* Robust optimal feedback for terminal linear-quadratic control problems under disturbances // Mathematical programming, 2006. Vol. 107. Issue 1–2. P. 131–153.
3. *Kastsiukevich D.A., Dmitruk N.M.* A method for constructing an optimal control strategy in a linear terminal problem // Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics. 2021. No. 2.


# ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С НЕЛОКАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ


**Г.Ф. Кулиев, Х.Т. Тагиев**

Бакинский государственный университет, Баку, Азербайджан
{hamletquliyev51, tagiyevht}@gmail.com


В работе рассматривается задача определения пары функций $(u(x,t),\vartheta(x)) \in W_2^1(Q) \times V$ из условий

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \vartheta(x)u = f(x,t),\ (x,t) \in Q = (0,\ell) \times (0,T) \tag{1}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = u_1(x), x \in (0,\ell) \tag{2}$$

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial u(\ell,t)}{\partial x} = \int\limits_0^\ell K(x)u(x,t)dx,\ (x,t) \in Q = (0,\ell) \times (0,T) \tag{3}$$

$$\int\limits_0^T R(x,t)u(x,t)dt = \varphi(x) \tag{4}$$

$$V = \Big\{\vartheta(x) \in W_2^1(0,\ell) : \nu_0 \leq \vartheta(x) \leq \mu_0,$$

$$\left|\frac{d\vartheta}{dx}\right| \leq M,\ \text{почти всюду на } (0,\ell)\Big\} \tag{5}$$