Библиографические ссылки

1. *Понтрягин Л.С.* Линейные дифференциальные игры преследования // Матем. сбор. 1980. Т. 112 (154). № 3 (7). С. 307–330.
2. *Азамов А.* О втором методе Понтрягина в линейных дифференциальных играх // Матем.сбор. 1982. Т. 118 (160). № 3 (7). С. 422–430.
3. *Сатимов Н., Карабаев Э.* Об одном методе решения задачи преследования // ДАН УзССР. 1986. № 3. С. 5–6.

О ЗАДАЧЕ ПОКРЫТИЯ РАВНЫМИ ШАРАМИ ТРЕХМЕРНОГО МНОЖЕСТВА В НЕЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

А.Л. Казаков, А.А. Лемперт

Институт динамики систем и теории управления
имени В.М. Матросова СО РАН, Иркутск, Россия
kazakov@icc.ru

Введение. Классическая задача о покрытии шарами заключается в отыскании такого расположения шаров, чтобы их объединение полностью покрывало заданное множество. При этом либо их количество, либо суммарный объем минимизируется [1]. В данной работе мы рассматриваем задачу с заданным количеством равных шаров. Целью оптимизации является минимизация радиуса элементов покрытия, и при этом все шары должны быть размещены. Множество-контейнер может быть как выпуклым, так и невыпуклым.

Подобные задачи возникают при размещении датчиков мониторинга загрязнения или температуры воздуха и воды [3]; при разработке систем видеонаблюдения на складах и производствах, которая позволяет оператору наблюдать все охраняемые объекты [4]; при проектировании беспроводной сети, когда необходимо обеспечить доступ пользователей к сети из любого места помещения [5]. Кроме того, большую роль играет размещение датчиков при проектировании «умных» помещений в технологии Smart Grid.

1. Постановка задачи. Пусть X – пространство с метрикой

$$\rho(a,b) = \min_{G \in G(a,b)} \int\limits_G \frac{dG}{f(x,y,z)}, \tag{1}$$

где $G(a,b)$ – множество непрерывных кривых, лежащих в X и соединяющих точки a и b, $0 < \alpha \leq f(x,y,z) \leq \beta$ – непрерывная функция, определяющая мгновенную скорость распространения сигнала в каждой точке пространства X.

Фактически, функционал (1) определяет минимальное время прохождения сигнала между двумя точками, далее будем использовать его вместо расстояния.

Пусть также заданы замкнутое ограниченное множество $P \subset X$, n шаров S_i с центрами $s_i(x_i, y_i, z_i)$ и радиусом R. Необходимо найти такое расположение центров $s = (s_1, s_2, ..., s_n) \in P$, чтобы множество P принадлежало объединению шаров, и их радиус был минимальным:

$$\begin{gathered} R \to \min, \\ \forall p \in P, \exists i : \rho(O_i, p) \le R, \\ O_i \in P, i = 1...n. \end{gathered} \tag{2}$$

2. О методе решения. Основная сложность задачи (2) заключается в необходимости многократного решения задачи (1). Для отыскания решения предлагается численный метод, основанный на оптико-геометрическом подходе [2], который позволяет заменить обычное расстояние между точками минимальным временем перемещения между ними. Его идея заключается в имитации распространения световой волны в оптически неоднородной среде, что позволяет найти фотон, который первым достигает целевой точки, и восстановить его траекторию. Эта процедура обеспечивает решение задачи (1).

Алгоритм решения задачи (2) состоит из следующих этапов: 1) начальное приближение (центры шаров) задается случайным образом; 2) производится разбиение покрываемого множества на обобщенные области Дирихле; 3) каждая область покрывается минимальным шаром; 4) производится переразбиение покрываемого множества на обобщенные области Дирихле относительно новых найденных центров шаров. Процесс продолжается пока радиус покрытия уменьшается.

Предложенный метод программно реализован. Проведены вычислительные эксперименты по нахождению покрытий различных множеств (выпуклых, невыпуклых, неодносвязных). Результаты расчетов позволяют оценить работоспособность и эффективность предложенного алгоритма. Выполнена 3-D визуализация полученных результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 20-010-00724.

Библиографические ссылки

1. *Тот Л.Ф.* Расположения на плоскости, на сфере и в пространстве. М.: Физматлит, 1958.
2. *Казаков А.Л., Лемперт А.А.* Об одном подходе к решению задач оптимизации, возникающих в транспортной логистике // Автоматика и телемеханика. 2011. Т. 72. № 7. С. 50–57.
3. *Казаковцев Л.А., Гудыма М.Н.* Постановка задачи оптимального размещения сети датчиков мониторинга загрязнения воздуха и воды // Перспективы развития информационных технологий. 2013. № 13. С. 19–24.
4. *Пескин А.Е.* Системы видеонаблюдения. Основы построения, проектирования и эксплуатации. М.: Горячая линия-Телеком, 2013.
5. *Казаковцев Л.А., Гудыма М.Н., Ступина А.А., Кириллов Ю.И.* Задача выбора оптимального размещения элементов беспроводной сети // Научное обозрение. Технические науки. 2014. № 1. С. 176–176.

МЕТОД МАЛОГО ПАРАМЕТРА В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ НА ТРАЕКТОРИЯХ ВОЗМУЩЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.И. Калинин, Л.И. Лавринович

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
`{kalininai, lavrinovich}@bsu.by`

Многие прикладные задачи оптимального управления в своих математических моделях содержат малые параметры, причем, зачастую модели существенно упрощаются (понижается порядок дифференциальных уравнений, исчезают сложные члены и т.п.), если положить эти параметры равными нулю. В таких случаях целесообразно использовать асимптотические методы, основное достоинство которых состоит в том, что при их применении исходные задачи, которые принято называть возмущенными, сводятся к коррекции решений более простых задач оптимального управления.

В частности, выигрыш от применения асимптотических методов к задачам оптимизации квазилинейных систем, содержащих малые параметры при нелинейностях, состоит, прежде всего, в том, что вместо исходных по существу нелинейных задач решаются задачи оптимизации линейных динамических систем. При применении асимптотических методов к задачам оптимизации сингулярно возмущенных систем, которые содержат малые параметры при части производных, исходные задачи оптимального управления распадаются на задачи меньшей размерности. Такая декомпозиция позволяет эффективно решать