Работа выполнена в рамках исследований, проводимых в Уральском математическом центре при финансовой поддержке Минобрнауки России.

Библиографические ссылки

1. *Gusev M.I., Osipov I.O.* Asymptotic behavior of reachable sets on small time intervals. Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2020. Vol. 309, suppl.1. P. S52–S64.
2. *Goncharova E., Ovseevich A.* Small-time reachable sets of linear systems with integral control constraints: birth of the shape of a reachable set// Journal of Optimization Theory and Applications. 2016. Vol. 168 (2). P. 615–624.

ПАДЕ РЕГУЛЯТОР В СЛАБО НЕЛИНЕЙНОЙ ДИСКРЕТНОЙ SDC СИСТЕМЕ НА КОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ С МАЛЫМ ШАГОМ

Ю.Э. Даник, М.Г. Дмитриев

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия

Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный, Россия

yuliadanik@gmail.com, mdmitriev@mail.ru

Введение. Для класса дискретных слабо нелинейных систем управления с коэффициентами, зависящими от состояния (SDC), на конечном интервале с малым шагом строится субоптимальный синтез на основе подхода SDRE, а также асимптотики метода пограничных функций по малому шагу. Конструируется одноточечная матричная Паде аппроксимация (ПА) решения начальной сингулярно возмущенной задачи для дискретного матричного уравнения Риккати. Численные эксперименты иллюстрируют экстраполяционные свойства построенного регулятора для более широкого диапазона изменения величины шага.

1. Постановка задачи. Рассмотрим дискретную вариационную задачу с возмущенными коэффициентами

$$x(t+\varepsilon) = A(x,\varepsilon)x + B(x,\varepsilon)u,\ x(0) = x^0, t \in [0,T],$$

$$J = \frac{1}{2}x'(T)Fx(T) + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1}(x'(k\varepsilon)Q(x,\varepsilon)x(k\varepsilon) + u'(k\varepsilon)Ru(k\varepsilon)),$$

$$x(t) \in X \in R^n,\ u \in R^r,\ t = k\varepsilon, k = 0,1,2..,N-1, T = N\varepsilon,$$

где $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_0$, $A(x,\varepsilon) = A_0 + \varepsilon A_1(x)$, $B(x,\varepsilon) = B_0 + \varepsilon B_1(x)$, а малый параметр $\varepsilon > 0$ равен длине шага и множителю при нелинейностях, A_0,B_0 — постоянные матрицы, A_0, $A_1(x) \in R^{n\times n}$, B_0, $B_1(x) \in R^{n\times r}$, X — некоторая ограниченная область пространства состояний, матрицы $Q(x,\varepsilon) = Q_0 + \varepsilon Q_1(x) > 0\ \forall x \in X,\ \varepsilon,\ R > 0$, Q_0, R — постоянные матрицы, $Q_0 > 0$, $Q_1(x) > 0$, $F > 0$.

2. Построение субоптимальной обратной связи. Для построения регулятора здесь используются необходимые условия оптимальности и соответствующее разностное дискретное уравнение Риккати, включающее дополнительное слагаемое $\varepsilon\,\Omega(P(x,t+\varepsilon),x,t+\varepsilon)$ [1] в правой части, содержащие производные матриц системы и критерия по вектору состояния

$$\begin{aligned}&-P(x,t,\varepsilon) + A'(x,\varepsilon)P(x,t+\varepsilon,\varepsilon)A(x,\varepsilon) - A'(x,\varepsilon)\times\\ &\times P(x,t+\varepsilon,\varepsilon)B(x,\varepsilon)[R + B'(x,\varepsilon)P(x,t+\varepsilon,\varepsilon)B(x,\varepsilon)]^{-1}\times\\ &\times B'(x,\varepsilon)P(x,t+\varepsilon,\varepsilon)A(x,\varepsilon) + Q(x,\varepsilon)+\\ &+\varepsilon\,\Omega(P(x,t+\varepsilon),x,t+\varepsilon) = 0,\ \ P(x,T,\varepsilon) = F.\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь методом пограничных функций Васильевой А.Б. [2], как и в [3] строится равномерное асимптотическое приближение второго порядка решения задачи (1), в обратном времени в виде суммы двух рядов $P(x,t,\varepsilon) = \bar{P}_2(x,t,\varepsilon) + \Pi_2 P(x,\tau,\varepsilon)$, $\tau = (t-T)/\varepsilon = -1,-2,..,-N$, $N = T/\varepsilon$. Для определения членов рядов получаем более простые уравнения: дискретное алгебраическое уравнение Риккати и дискретные уравнения Ляпунова. Так как свободный член уравнения Ляпунова может оказаться несимметричной матрицей, вводится операция симметризации. Используя асимптотику, для регулятора строится одноточечная матричная ПА [1/2] для матрицы коэффициентов усиления вида $PA_{[1/2]}(x,t,\tau,\varepsilon) = (\mathrm{M}_0(x) + \varepsilon\mathrm{M}_1(x) + M_0(x,\tau) + \varepsilon M_1(x,\tau))\times$ $\times(E + \varepsilon\,\mathrm{N}_1(x) + \varepsilon^2\mathrm{N}_2(x))^{-1}$ [4, 5]. Оптимизированный регулятор на каркасе Паде аппроксимации превосходит по критерию оптимальности алгоритмы управления D-SDRE [1] и асимптотическое приближение на большем интервале изменения шага.

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-11-00202).

Библиографические ссылки

1. *Dutka A.S., Ordys A.W., Grimble M.J.* Optimized discrete-time state dependent Riccati equation regulator // Proceedings of the American Control Conference. 2005. P. 2293–2298.

2. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973.
3. *Глизер В.Я., Дмитриев М.Г.* Асимптотика решения некоторых дискретных задач оптимального управления с малым шагом // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. 15. № 9. С. 1681–1691.
4. *Danik Yu.E., Dmitriev M.G.* The construction of stabilizing regulators sets for nonlinear control systems with the help of Padé approximations. Nonlinear Dynamics of Discrete and Continuous Systems. Switzerland: Springer, 2021. P. 45–62.
5. *Danik Yu.E., Dmitriev M.G.* Construction of Parametric Regulators for Nonlinear Control Systems Based on the Pade Approximations of the Matrix Riccati Equation Solution // IFAC-Papers OnLine, CAO18. 2018. Vol. 51. P. 815–820.

ПРИЗНАК РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМ СПЕКТРОМ ЛИНЕЙНЫХ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДИАГОНАЛЬНЫМ УСРЕДНЕНИЕМ МАТРИЦЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ

А.К. Деменчук

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
demenchuk@im.bas-net.by

В 1955 г. Я. Курцвейль и О. Вейвода показали [1], что разрешенная относительно производной система обыкновенных дифференциальных почти периодических уравнений может допускать такие решения, что пересечение частотного модуля решения и модуля частот правой части системы является тривиальным. Впоследствии такого рода решения были названы сильно нерегулярными, их частотный спектр – асинхронным, а описываемые ими колебания – асинхронными [2]. Периодический случай, в котором нерегулярность означает несоизмеримость частот решения и системы, изучал Х. Массера [3].

Определение 1. *Модулем (частотным модулем)* $\mathrm{Mod}\,(F)$ *почти периодической матрицы* $F(t)$) *называется наименьшая аддитивная группа вещественных чисел, содержащая все показатели Фурье этой матрицы.*

Будем говорить, что некоторые столбцы матрицы $F(t)$ линейно независимы над $\mathbb{R}$, если их линейные комбинации с вещественными коэффициентами тождественно равны нулю тогда и только тогда, когда все коэффициенты нулевые. Через $\mathrm{rank}_{\mathrm{col}}\, P$ обозначим столбцовый ранг матрицы $P(t)$, т.е. наибольшее число ее линейно независимых над