Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект 19-11-00105.

Библиографические ссылки

1. *Krasovskii N.N., Subbotin A.I.* Game-theoretical control problems. New York: Springer, 1988.
2. *Лукоянов Н.Ю.* Функциональные уравнения Гамильтона — Якоби и задачи управления с наследственной информацией. Екатеринбург: Изд-во УрФУ, 2011.
3. *Субботина Н.Н., Колпакова Е.А., Токманцев Т.Б., Шагалова Л.Г.* Метод характеристик для уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана. Екатеринбург: РИО УрО РАН, 2013.
4. *Субботин А.И., Субботина Н.Н.* К вопросу обоснования метода динамического программирования в задаче оптимального управления // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1983. № 2. С. 24–32.
5. *Diethelm K.* The analysis of fractional differential equations. Berlin: Springer, 2010.
6. *Gomoyunov M.I.* Dynamic programming principle and Hamilton — Jacobi — Bellman equations for fractional-order systems // SIAM J. Control Optim. 2020. Vol. 58. Issue 6. P. 3185–3211.

ПОСТРОЕНИЕ МНОЖЕСТВА УПРАВЛЯЕМОСТИ ДЛЯ ОДНОГО ОБЪЕКТА ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВОГО ОГРАНИЧЕНИЯ

М.Н. Гончарова

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы,
Гродно, Беларусь
m.gonchar@grsu.by

Рассмотрим управляемый объект, поведение которого описывается дифференциальным уравнением второго порядка

$$\ddot{x} = u, \tag{1}$$

где $x = x(t)$ — переменная состояния объекта, на управление u наложено ограничение $u \in [-\epsilon_1; \epsilon_2]$, $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$, и для всех моментов времени t должно выполняться фазовое ограничение $\dot{x}(t) \leq d$.

Построим множество управляемости $Y(\tau)$ этого объекта в начало координат, то есть множество всех точек фазового пространства, из которых можно перейти на отрезке времени длины τ в начало координат при всевозможных допустимых управлениях и выполнении фазового ограничения.

С помощью замены $x = x_1, \dot{x} = x_2$ уравнение (1) сведем к нормальной системе дифференциальных уравнений и, используя алгоритм, представленный в книге [1], построим множество управляемости в начало координат в случае, когда фазовое ограничение не является существенным. Получим, что при выполнении неравенства $\tau \le d$ множество управляемости $Y(\tau)$ будет множеством, ограниченным двумя параболами

$$x_1 = -\frac{\tau^2\epsilon_1}{2} + \frac{1}{2(\epsilon_1+\epsilon_2)}(x_2 - \epsilon_1\tau)^2$$

и

$$x_1 = \frac{\tau^2\epsilon_2}{2} - \frac{1}{2(\epsilon_1+\epsilon_2)}(x_2 + \epsilon_2\tau)^2.$$

Пусть теперь требуется построить множество управляемости для таких моментов времени, когда выполняется неравенство $\tau > d$. В этом случае фазовое ограничение оказывает существенное влияние на решение задачи. Для достижения поставленной цели сначала построим множество управляемости при $\tau = d$, то есть множество $Y(d)$. Далее множество $Y(d)$ представим в виде разбиения на отрезки, параллельные оси Ox_1, построим множества управляемости в концы этих отрезков, и затем проведем объединение построенных множеств. В результате получим искомое множество управляемости. Оно будет ограничено тремя параболами

$$x_1 = -\frac{d^2\epsilon_1}{2} - (\tau - d)\epsilon_1 d + \frac{1}{2}(x_2 - \epsilon_1 d)^2, \qquad (2)$$

$$x_1 = -\frac{\tau^2\epsilon_1}{2} + \frac{1}{2(\epsilon_1+\epsilon_2)}(x_2 - \epsilon_1\tau)^2, \qquad (3)$$

$$x_1 = \frac{\tau^2\epsilon_2}{2} - \frac{1}{2(\epsilon_1+\epsilon_2)}(x_2 + \epsilon_2\tau)^2$$

и прямой $x_2 = d$. Отметим, что в точке пересечения парабол (2) и (3) сохраняется гладкость границы множества $Y(\tau)$.

Аналитическое задание множества управляемости позволяет провести достаточно подробный анализ поведения объекта.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (ГПНИ "Конвергенция-2025 задание 1.2.04.4).

Библиографические ссылки

1. *Благодатских В.И.* Введение в оптимальное управление. М.: Высш. шк., 2001.

ОДИН ПОДХОД В СТАБИЛИЗАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В.В. Горячкин, В.В. Крахотко

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
krakhotko@bsu.by

Рассмотрим линейную стационарную систему

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t),\ x(0) = x_0, u(t) = Cx(t),\ t = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где x, $x_0 \in R^n$, $u \in R^r$, A, B и C — постоянные матрицы.

Замкнем систему (1) обратной связью. Известно [1], что система (1) стабилизируема тогда и только тогда, когда замкнутая система

$$x(t+1) = (A + BC)x(t)$$

асимптотически устойчива при любом начальном состоянии x_0. Спектральный критерий асимптотической устойчивости замкнутой системы имеет вид $\rho(A + BC) < 1$. Таким образом, решение задачи стабилизации сводится к построению матрицы C, при которой выполняется неравенство со спектральным радиусом.

Далее предлагается процедура вычисления матриц обратной связи, устанавливается критерий стабилизации, который при данном выборе матриц обратной связи явно зависит от исходных параметров системы.

Для системы (1) будем искать управление $u(t, x)$: $R^n \to R^r$, такое, чтобы последовательность векторов $x(t)$, задаваемая рекуррентным уравнением

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t, x(\tau)), \quad (2)$$

$$t = \tau, \tau + 1, \dots, \tau + l - 1,\ \tau = 0, l, 2l, 3l, \dots,\ l \geq 1,$$

сходилась к точке покоя $x = 0$ для любых начальных векторов x_0.

Целое число l и обратную связь по управлению строим, исходя их следующих рассуждений. Положим $D_i = A^iB,\ i = \overline{0, n-1}$. Столбцы матричных блоков $D_i,\ i = \overline{0, n-1}$, составляют матрицу управляемости D. Пусть $l,\ 1 \leq l \leq n,$ — минимальное число блоков D_i, на которых матрица управляемости $D = D(l)$ имеет максимальный ранг $p \leq n$.