На $k+1$ шаге метода Ньютона решается система $m \times m$ линейных уравнений с матрицей $H_{uu}(u) + \delta \mathrm{Diag}(AA^\top)$, где $0 \leq \delta \ll 1$.

Установлена глобальная конечная сходимость метода Ньютона при соответствующем выборе длины шага спуска для безусловной оптимизации. Указана связь этого шага, выбора величины δ, метода сопряженного градиента решения системы линейных уравнений для определения направления спуска в методе Ньютона. Проведены численные эксперименты с трудными задачами из библиотеки NETLIB [1]. Эксперименты с задачами, сгенерироваными случайным образом, показали возможность с помощью системы MATLAB на персональном компьтере находить проекцию точки при m порядка 4 тыс. и n порядка нескольких миллионов за несколько минут. При решении случайным образом сгенерированных задач вместо $\mathrm{Diag}(AA^\top)$ к обобщенной матрице Гессе $H_{uu}(u)$ добавлялось выражение δI_m, где I_m — единичная матрица размерности m.

Библиографические ссылки

1. *Голиков А.И., Евтушенко Ю.Г., Капорин И.Е.* Метод ньютоновского типа для решения систем линейных уравнений и неравенств // Ж. вычисл. матем. и матем. физики. 2019. Т. 59. № 12. С. 2086–2101.

ПОДВОДНЫЙ КАПСУЛЬНЫЙ РОБОТ, УПРАВЛЯЕМЫЙ ДВИЖЕНИЕМ ВНУТРЕННЕГО МАХОВИКА

С.А. Голованов, Л.А. Климина, М.З. Досаев, Ю.Д. Селюцкий

НИИ механики МГУ, Москва, Россия
klimina@imec.msu.ru

Введение. Капсульные роботы, перемещающиеся в жидкости при помощи движения внутренних масс, активно изучаются современными исследователями. Разрабатываются новые конструктивные решения и новые подходы к математическому моделированию таких устройств. Подробный обзор содержится в [1]. Среди основополагающих работ в данной области можно назвать, например [2–4]. Из последних результатов наиболее близки к задаче данной работы (по принципу перемещения робота) статьи [1, 5–7]. Существует много подходов к описанию взаимодействия капсульного робота с жидкостью. Активно используются уравнения Кирхгофа, Навье-Стокса, методы описания сходящих вихрей, учитывается влияние присоединенных масс, силы Архимеда.

В данной работе предложен подход к описанию сило-моментных воздействий на основе гипотезы квазистатического обтекания. Учитывается сила сопротивления, боковая сила, гидродинамический момент, действующие на корпус. Простота подхода позволяет провести детальный параметрический анализ системы. Более того, такой подход позволил выявить существенную роль боковой силы для *безреверсного* продвижения робота в заданном направлении.

1. Описание системы. Рассматривается робот, конструкция которого аналогична [5, 6]. При этом математическая модель радикально отличается, а также предложена новая стратегия управления. Робот совершает плоскопараллельное движение. Он состоит из жесткого корпуса (оболочки) в форме аэродинамического профиля и управляемого внутреннего сбалансированного маховика. Центр маховика совпадает с центром масс профиля и с точкой приложения силы Архимеда. Уравнения движения составлены в форме динамической системы пятого порядка на основе гипотезы квазистатического обтекания.

Программным является движение, при котором корпус движется "галсами" так, что скорость v_x вдоль магистрального направления изменяется по периодическому закону, оставаясь положительной. При этом скорость v_y вдоль нормали к целевому направлению движения, а также угол φ отклонения корпуса от этого направления и угловая скорость ω корпуса – периодические функции с нулевым средним.

2. Закон управления. Результаты. Предложен закон управления по обратной связи следующего вида $U = -a\,\mathrm{signum}(\omega) + b\varphi + c\omega$. Здесь U – момент, приложенный к внутреннему маховику со стороны двигателя, a, b, c – положительные параметры.

Путем прямого численного интегрирования уравнений движения при различных значениях параметров и начальных условий подобраны коэффициенты в законе управления, обеспечивающие переход системы на программный режим. Показано, что ключевую роль в поддержании программного движения играет компонента гидродинамической силы, ортогональная скорости центра масс. Она обеспечивает безреверсное продвижение в жидкости. Таким образом, перспективным представляется разработка схем движения капсульных роботов, основанных на использовании боковой силы.

Собран и протестирован макет робота. Получено качественное соответствие результатов тестирования с результатами математического моделирования, что подтверждает эффективность применения квазистатической теории для ряда задач динамики капсульных роботов.

Работа выполнена в рамках НИР «Разработка методов исследования управляемых механических систем, взаимодействующих со сплошной средой» (АААА-А19-119012990123-0).

Библиографические ссылки

1. *Килин А.А., Кленов А.И., Тененев В.А.* Управление движением тела с помощью внутренних масс в вязкой жидкости // Компьютерные исследования и моделирование. 2018. Т. 10. № 4. С. 445–460.
2. *Козлов В.В., Рамоданов С.М.* О движении в идеальной жидкости тела с жесткой оболочкой и меняющейся геометрией масс // Докл. РАН. 2002. Т. 382. № 4. С. 478–481.
3. *Черноусько Ф.Л.* Оптимальные периодические движения двухмассовой системы в сопротивляющейся среде // ПММ. 2008. Т. 72. № 2. С. 202–215.
4. *Childress S., Spagnolie S.E., Tokieda T.* A bug on a raft: recoil locomotion in a viscous fluid // J. of fluid mechanics. 2011. Vol. 669. P. 527–556.
5. *Pollard B., Tallapragada P.* An aquatic robot propelled by an internal rotor // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2016. Vol. 22. No. 2. P. 931–939.
6. *Tallapragada P., Kelly S.D.* Self-propulsion of free solid bodies with internal rotors via localized singular vortex shedding in planar ideal fluids // The European Physical J. Special Topics. 2015. Vol. 224. No. 17. P. 3185–3197.
7. *Kelly S.D., Hukkeri R.B.* Mechanics, dynamics, and control of a single-input aquatic vehicle with variable coefficient of lift // IEEE transactions on robotics. 2006. Vol. 22. No. 6. P. 1254–1264.

ПРОИЗВОДНЫЕ ПО НАПРАВЛЕНИЯМ ФУНКЦИОНАЛА ЦЕНЫ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

М.И. Гомоюнов

ИММ УрО РАН, Екатеринбург, Россия
m.i.gomoyunov@gmail.com

В рамках подхода [1 – 4] для динамической системы

$$({}^C D^\alpha x)(t) = f(t, x(t), u(t)), \;\; x(t) \in \mathbb{R}^n, \;\; u(t) \in P \subset \mathbb{R}^r, \;\; t \in [0, T], \quad (1)$$

при начальном условии $x(0) = x_0$ рассматривается задача оптимального управления на минимум показателя качества

$$\gamma = \sigma(x(T)). \quad (2)$$

Здесь t — время, $x(t)$ — состояние системы в момент времени t, $({}^C D^\alpha x)(t)$ — дробная производная Капуто (см., например, [5]) порядка