Библиографические ссылки

1. *Boyko A.V., Golub A.P., Yeroshin V.A., Samsonov V.A.* Hydrodynamics of new high-speed surface systems // Journal of Physics: Conf. Series. 2020. Vol. 1666.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

В.Т. Борухов, Г.М. Заяц

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
val01@tut.by, zayats@im.bas-net.by

При диагностике и управлении процессами переноса возникает широкий спектр задач идентификации. Среди них важные для технических и научных приложений задачи восстановления источников процессов теплопереноса, описываемых начально-краевыми задачами для систем уравнений в частных производных гиперболического типа.

Рассмотрим задачу идентификации временной компоненты источника тепла в нелинейной системе дифференциальных уравнений теплопроводности гиперболического типа, имеющей вид

$$\rho(T)c(T)\frac{DT}{Dt} = -\frac{\partial q}{\partial x} + g(x,t), \tag{1}$$

$$\tau\frac{Dq}{Dt} = -\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x} - q, \quad x \in [0,l],\ t \in [0,t_f], \tag{2}$$

где $T = T(x,t),\ q = q(x,t)$ – искомые функции, $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v(x)\frac{\partial}{\partial x}$ – материальная производная, $\rho(T) > 0,\ c(T) > 0,\ \lambda(T) > 0,\ v(x),\ g(x,t)$ – гладкие функции. Применение материальной производной $\frac{D}{Dt}$ обеспечивает инвариантность системы уравнений (1), (2) относительно группы преобразований Галлилея [1]. Системы вида (1), (2) описывают процессы распространения тепла в нелинейной среде с учетом времени релаксации теплового потока τ и конвективной составляющей тепла. При $\tau = 0$ система уравнений (1), (2) приводится к стандартному нелинейному уравнению теплопроводности параболического типа, а при $\tau > 0$ и при отсутствии конвективного терма – к нелинейному уравнению теплопроводности гиперболического типа.

Систему уравнений (1), (2) дополним начальными и краевыми условиями

$$T(x,0) = T_0(x),\ q(x,0) = q_0(x), \qquad (3)$$
$$T(0,t) = g_1(t),\ T(l,t) = g_2(t).$$

Задача восстановления состоит в идентификации временных компонент $u(t) = colon\,(u_1(t),...,u_m(t))$ функции источника

$$g(x,t) = \sum_{i=1}^{m} b_i(x)u_i(t) = b(x)u(t),\ b(x) = (b_1(x),...,b_m(x))\,, \qquad (4)$$

по данным измерений взвешенных температур $y(t) = colon\ (y_1(t),\ ...,\ y_m(t))$, определяемых равенством

$$y(t) = \int_0^l T(s,t)p(s)ds, \quad t \in [0,t_f], \qquad (5)$$

где $p(x) = colon\,(p_1(x),...,p_m(x))\,,\ p_i(x), i = \overline{1,m},$ – обобщенные функции (распределения конечного порядка сингулярности).

Систему уравнений (1)–(5) можно интерпретировать как распределенную динамическую систему вход-состояние-выход, где вектор временных компонент источника тепла $u(\cdot)$ является входным сигналом системы, пара функций $(T(\cdot,t),\ q(\cdot,t))$ – состояние системы в момент времени t, вектор взвешенных температур $y(\cdot)$ – выходной сигнал.

Для решения задачи применяем метод обратных динамических систем (ОДС) [2, 3], предполагающий два этапа: 1) вывод системы уравнений и краевых условий, определяющих ОДС, 2) решение начально-краевой задачи, полученной на первом этапе.

Построена начально-краевая задача, определяющая ОДС, являющаяся нестандартной (неклассической) задачей. Она содержит интегро-дифференциальные и функционально-дифференциальные термы. Разработан численный алгоритм, использующий разностные схемы и метод прогонки. Получены результаты численного моделирования обратной задачи (1)–(5) при отсутствии конвективного терма с учетом времени релаксации теплового потока ($v(x) = 0,\ \tau > 0$), а также в случае отсутствия конвективной составляющей тепла и без учета времени релаксации теплового потока ($v(x) = 0,\ \tau = 0$).

Библиографические ссылки

1. *Christov C.I., Jordan P.M.* Heat conduction paradox involving second-sound propagation in moving media // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94. 154301.
2. *Borukhov V.T., Kolesnikov P.M.* Method of inverse dynamic systems and its application for recovering internal heat sources // Int. J. Heat Mass Transfer. 1988. Vol. 31. P. 1549-1556.
3. *Borukhov V.T., Zayats G.M.* Identification of a time-dependent sourse term in nonlinear hyperbolic or parabolic heat equation // Int. J. Heat Mass Transfer. 2015. Vol. 91. P. 1106—1113.

ОБ ОДНОЙ ФОРМУЛЕ ДЛЯ МАКСИМАЛЬНО ИНВАРИАНТНОГО МНОГОЧЛЕНА СПЕКТРА ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В.И. Булатов

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
bulatov@bsu.by

Рассмотрим стационарную систему

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{1}$$

где x — n-вектор траектории; u — r-вектор управления; A и B — вещественные $n \times n$ и $n \times r$-матрицы.

Для вещественной $r \times n$-матрицы Q замыкание системы (1) управлением

$$u = Qx \tag{2}$$

приводит к стационарной системе

$$\dot{x} = (A + BQ)x, \tag{3}$$

спектром которой является множество всех корней (с учетом их кратностей) характеристического многочлена

$$d(\lambda) = \det(\lambda E - A - BQ), \tag{4}$$

где λ – комплексная переменная.

Из [1,2] следует, что, во-первых, для любого управления (2) многочлен (4) делится без остатка на многочлен $\varphi(\lambda)$, являющийся наибольшим общим делителем всех миноров n-го порядка λ-матрицы