

К НЕОБХОДИМЫМ УСЛОВИЯМ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ, ОПИСЫВАЕМОЙ СИСТЕМОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Ж.Б. Ахмедова¹, К.Б. Мансимов^{1,2}

¹Бакинский государственный университет, Баку, Азербайджан
akja@rambler.ru

²Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан
kamilbmansimov@gmail.com

Предположим, что управляемый процесс на заданном отрезке времени $[t_0, t_1]$ описывается следующей системой дифференциальных уравнений дробными производными Капуто

$${}_t^C D_t^\alpha x(t) = f(t, x(t), u(t)), \quad t \in [t_0, t_1], \quad (1)$$

$$x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

где

$${}_t^C D_t^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \int_{t_0}^t \frac{x^{(n)}(\tau)}{(t - \tau)^{1+\alpha-n}} d\tau, \quad n = [\alpha] + 1, \alpha \in R_+$$

— левая дробная производная Капуто [1].

Здесь $f(t, x, u)$ — заданная n -мерная непрерывная вектор-функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по x до второго порядка включительно, $u = u(t)$ — r -мерный кусочно-непрерывный вектор управляющих воздействий, с конечным числом точек разрыва первого рода, со значениями из заданного непустого и ограниченного множества $U \subset R^r$, т.е. $u(t) \in U \subset R^r$, $t \in [t_0, t_1]$. Такие управляющие функции назовем допустимыми.

Предполагается, что каждому допустимому управлению $u(t)$ соответствует единственное непрерывное решение $x(t)$ системы (1), (2), см. [2, с. 597].

Задача оптимального управления заключается в минимизации терминального функционала

$$S(u) = \varphi(x(t_1)),$$

определенного на решениях задачи Коши (1), (2). Здесь $\varphi(x)$ — заданная дважды непрерывно-дифференцируемая скалярная функция.

Предполагается, что в рассматриваемой задаче оптимального управления оптимальное управление существует.

Используя метод приращений, развитый в работах [3, 4], при некоторых предположениях доказано необходимое условие оптимальности типа принципа максимума Понтрягина.

В докладе рассмотрен случай вырождения (особый случай [5]) условия максимума Понтрягина.

Применяя методику, предложенную в [6] и развитую в работах [7, 8], доказаны необходимые условия оптимальности (в частности, аналог условия оптимальности Габасова-Кирилловой [5]).

В случае открытости области управления, используя условие неотрицательности второй вариации функционала качества вдоль оптимального управления, доказано конструктивно проверяемое необходимое условие оптимальности второго порядка.

Библиографические ссылки

1. *Samko S.G., Kilbas A.A. Marichev O.I.* Fractional Integrals and Derivatives – Theory and Applications. Gordon and Breach Longhorne Pennsylvania, 1993.
2. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка, и некоторые их приложения. Мн.: «Наука и техника», 1987.
3. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Принцип максимума в теории оптимального управления. М.: Либроком, 2011. 272 с.
4. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Альсевич В.В. и др.* Методы оптимизации. Мн.: «Четыре четверти», 2011. 472 с.
5. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Особые оптимальные управления. М.: Либроком, 2011. 256 с.
6. *Мансимов К.Б.* Необходимые условия оптимальности особых процессов в задачах оптимального управления // Автореф. дисс. на соиск.ученой степени д-ра физ.-мат. наук. Баку, 1994. 43 с.
7. *Мансимов К.Б.* Особые управления в системах с запаздыванием. Баку: ЭЛМ, 1999. 176 с.
8. *Марданов М.Дж., Мансимов К.Б., Меликов Т.К.* Исследование особых управлений и необходимые условия оптимальности второго порядка в системах с запаздыванием. Баку: ЭЛМ, 2013. 355 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ ПО ВОДЕ

А.В. Бойко, А.П. Голуб, В.А. Ерошин, В.А. Самсонов

НИИ механики МГУ, Москва, Россия
holub.imech@gmail.com

Введение. Исследование качения по поверхности воды колесных и гусеничных надводных аппаратов (багги, снегоходы, мотоциклы и пр.) вызывает большой интерес в последнее время. Необходимо подчеркнуть, что по сравнению с глассерами и судами на подводных кры-