

НАБЛЮДАЕМОСТЬ И УПРАВЛЯЕМОСТЬ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИАБЕТА

А.И. Астровский

Белорусский государственный экономический университет, Минск, Беларусь
aastrov@tut.by

В данной работе для математической модели диабета первой степени [1] рассматриваются задачи наблюдаемости, управляемости и оценивания на основе подхода, предложенного в [2, 3].

По данным Международной федерации диабета в 2014 году 385 млн. человек болело диабетом разного типа. По прогнозам в 2035 году больных диабетом будет около 600 млн. человек. Математическое моделирование особенностей диабета первого типа — мощный инструмент, позволяющий описывать динамическое взаимодействие системы лечения и состояния пациента. Диабет первой степени контролируется терапией, основанной на введении инсулина. Избыточное введение инсулина может вызвать гипогликемию (низкий уровень глюкозы в крови), что очень опасно для человеческого организма в краткосрочной перспективе. Пациентам следует назначать определенные дозы инсулина перед каждым приемом углеводов. Подбор этой дозы инсулина — довольно сложная задача, в основном из-за вариабельности эффектов инсулина и присутствие углеводов с разной скоростью поглощения. Лечение с помощью инсулиновых помп основано на непрерывной автоматической оценке состояния пациента и возможности при необходимости введения подкожной инъекции инсулина. Искусственная поджелудочная железа объединяет три компонента: инсулиновую помпу, подкожный непрерывный мониторинг уровня глюкозы и алгоритм управления помпой.

Итак, одной из важных задач, возникающих при изучении диабета первой степени, является задача определения состояний пациента на основании измеренных значений подкожной концентрации глюкозы. Поэтому естественным образом возникают классические проблемы математической теории управления — наблюдаемость, управляемость и построение оценщиков (эстиматоров) состояний пациента.

Кратко опишем предложенную Говоркой (Novorka) [1] модель диабета первой степени, в которой в качестве управляющих воздействий рассматриваются инсулиновые дозы $u(t)$ в ответ на прием пациентом углеводной пищи $D(t)$. В качестве выходных функций (наблюдений) берется концентрация глюкозы в плазме крови пациента $G(t)$. Модель Говорка состоит из подсистемы глюкозы, подсистемы инсулина

и подсистемы действия инсулина на перенос, удаление и эндогенное производство глюкозы. Эта модель описывает инсулин-глюкозное взаимодействие в теле пациента и представляет собой систему из десяти нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, которые используют 15 параметров и следующие переменные: $D_1(t)$ — количество глюкозы в желудке пациента; $D_2(t)$ — количество глюкозы в кишечнике пациента; $U_G(t)$ — скорость абсорции глюкозы; $V(t)$ — проглоченная углеводная пища в минуту; A_G — параметр биоактивности углеводов; τ_S — время абсорции введенного инсулина; $Q_1(t)$ — количество глюкозы в кровяном потоке пациента; $Q_2(t)$ — количество глюкозы в периферийных тканях; V_G — объем распределения глюкозы, зависит от веса пациента; B_w — вес пациента; $F_{01}^c(t)$ — потребление глюкозы в центральной нервной системе; $F_R(t)$ — количество глюкозы, выработанной в почках; EGP_0 — количество глюкозы, произведенной печенью при нулевом уровне инсулина; $x_1(t)$ — влияние инсулина на транспортировку и распространение глюкозы; $x_2(t)$ — влияние инсулина на утилизацию глюкозы; $x_3(t)$ — действие инсулина на выработку эндогенной глюкозы в печени; $I(t)$ — концентрация инсулина в плазме крови; $S_1(t)$ — количество инсулина в крови; $S_2(t)$ — количество инсулина в периферийных тканях; $U_I(t)$ — скорость абсорции инсулина; V_I — объем зоны распределения инсулина; k_e — скорость поглощения инсулина; S_{IT} — показатель транспортировки инсулина; S_{ID} — показатель поглощения инсулина; S_{IE} — показатель влияния инсулина на EGP_0 .

В докладе на основе метода линеаризации исследуется наблюдаемость модели Говорка и описывается метод построения оценщиков состояний пациента.

Библиографические ссылки

1. *Hovorka R., Canonico V., Chassin L.J. et. al.* Nonlinear model predictive control of glucose concentration in subjects with type 1 diabetes // *Physiological measurement*. 2004. Vol. 25 (4). P. 905–920.
2. *Астровский А.И., Гайшун И.В.* Оценивание состояний линейных нестационарных систем наблюдения // *Дифференциальные уравнения*. 2019. Т. 55, № 3. С. 370–379.
3. *Astrovskii A.I., Gaishun I.V.* Observability of Linear Time-Varying Systems with Quasiderivative Coefficients // *SIAM J. Control and Optimization*. 2019. Vol. 57, № 3. P. 1710–1729.