2. *Antipin A.S., Khoroshilova E.V.* Saddle-point approach to solving problem of optimal control with fixed ends // Journal of Global Optimization. 2016. Vol. 65. No. 1. P. 3–17.
3. *Antipin A.S., Khoroshilova E.V.* Dynamics, phase constraints, and linear programming // Comput. Math. Math. Phys. 2020. Vol. 60. No. 2. P. 184–202.
4. *Antipin A.S., Khoroshilova E.V.* Controlled dynamic model with boundary-value problem of minimizing a sensitivity function // Optimization Letters. 2019. Vol. 13. No. 3. P. 451–473.

ВАРИАЦИОННЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ГИБРИДНЫМИ СИСТЕМАМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А.В. Аргучинцев

Иркутский государственный университет, Иркутск, Россия
arguch@math.isu.ru

Рассматривается специальный класс задач оптимального управления системой линейных гиперболических уравнений первого порядка следующего вида:

$$\frac{\partial x}{\partial t} + A(s,t)\frac{\partial x}{\partial s} = \Phi(s,t)x + f(s,t) + C(t)y, \tag{1}$$

$$(s,t) \in \Pi,\ \Pi = S \times T,\ S = [s_0, s_1], T = [t_0, t_1].$$

Здесь $x = x(s,t), y = y(t)$ — n и m-мерные вектор-функции соответственно; матрица $A(s,t)$ является диагональной с сохраняющими знак в Π непрерывными диагональными элементами. Задание начально-краевых условий для системы (1) в точках начала соответствующих характеристик при выполнении определенных условий гладкости и согласования обеспечивает существование и единственность почти классического решения гиперболической системы.

Фукнкция y в правой части (1) определяется из управляемой системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dy}{dt} = B(u(t),t)y(t) + d(u(t),t), \quad t \in T, \quad y(t_0) = y^0. \tag{2}$$

Здесь $B(u(t),t)$ является $m \times m$ матричной функцией.

Допустимые управления $u(t)$ предполагаются ограниченными на отрезке T функциями, удовлетворяющими почти всюду на этом отрезке классическим ограничениям типа включения

$$u(t) \in U,\ t \in T.$$

В работе [1] рассмотрен случай задачи минимизации линейного целевого функционала:

$$J(u) = \int\limits_S \langle \alpha(s), x(s,t_1)\rangle\, ds + \iint\limits_\Pi \langle b_0(s,t), x(s,t)\rangle\, ds\, dt \to \min.$$

Задачи такого типа возникают при управлении некоторыми процессами химической технологии, а также при моделировании динамики популяций с учетом возрастной структуры особей.

Матрица коэффициентов в правой части системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2) зависит от управления. Поэтому в рассматриваемой задаче классический принцип максимума Л.С. Понтрягина не является достаточным условием оптимальности. Для решения же подобных задач используются методы, разработанные для общих нелинейных случаев.

В упомянутой статье [1] за счет использования неклассической точной (без остаточного члена) формулы приращения целевого функционала исходная задача сведена к задаче оптимального управления системой обыкновенных дифференциальных уравнений.

В настоящем докладе рассматривается случай квадратичного целевого функционала. Задачи такого типа являются более интересными с практической точки зрения. В частности, квадратичным функционалом описывается цель достижения заданной плотности популяции в конечный момент времени.

Получены два варианта неклассических точных формул приращения целевого функционала второго порядка, в которых либо решение исходной задачи, либо решение сопряженной задачи вычисляется на возмущенных управлениях.

Применение этих двух вариантов формул приращения привело к двум несимметричным условиям оптимальности вариационного типа, на основе которых проведена редукция исходной задачи к задачам оптимального управления системами обыкновенных дифференциальных уравнений с квадратичными критериями качества.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Иркутской области в рамках научного проекта 20-41-385002.

Библиографические ссылки

1. *Arguchintsev A., Poplevko P.* An optimal control problem by a hybrid system of hyperbolic and ordinary differential equations // Games. 2021. Vol. 12. Paper 23.

О СВЕРХУСТОЙЧИВОСТИ РЕГУЛЯРНЫХ ДЕСКРИПТОРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

И.К. Асмыкович

Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь
asmik@tut.by

В качественной теории управления динамическими системами в последние десятилетия большой популярностью пользуются линейные дескрипторные или гибридные системы [1, 2], то есть системы, неразрешенные относительно производной или содержащие алгебраическую часть. В дискретном случае такие системы имеют вид

$$Sx(t+1) = Ax(t) + Bu(t),\ Sx(0) = Sx_0,\ detS = 0, \tag{1}$$

с условием регулярности $det[\lambda S - A] \neq 0$.

Условие регулярности обеспечивает существование и единственность решения системы (1) при специальных условиях на управляющую последовательность $u(t)$.

Одним из основных свойств систем управления является свойство устойчивости решения в различных смыслах или возможности обеспечения такой устойчивости [2]. В работах [3, 4] предложено рассмотреть специальные классы «сверхустойчивые системы», решения которых обладают хорошими свойствами сходимости, и для них задачи качественной теории управления, такие как синтез статической обратной связи по выходу, робастная стабилизация, подавление возмущений сводятся к задачам линейного программирования и имеют достаточно хорошее численное решение. В докладе понятие сверхустойчивости рассмотрено для дискретных регулярных дескрипторных систем и дискретных нормализуемых дескрипторных систем [5].

Если система является скалярной, т.е. $B = b, C = c$, то используя приведение регулярного пучка $\lambda S - A$ к канонической форме Вейерштрасса, можно привести систему (1) к виду

$$x_v(t+1) = Lx_v(t) + b_1u(t), \tag{2}$$