НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКОВ В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ РАЗНОСТНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

С.Т. Алиева[1], К.Б. Мансимов[1,2]

[1]Бакинский государственный университет, Баку, Азербайджан
saadata@mail.ru

[2]Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан
kamilbmansimov@gmail.com

Рассматривается задача оптимального управления дискретным объектом, описываемой системой нелинейных разностных уравнений дробного порядка и терминальным критерием качества.

Пусть требуется найти минимальное значение терминального функционала

$$S(u) = \varphi(x(t_1))$$

при следующих ограничениях

$$u(t) \in U \in R^r,$$
$$\Delta^\alpha x(t+1) = f(t, x(t), u(t)), t \in T,$$
$$x(t_0) = x_0.$$

Здесь $x(t)$ — n-мерный вектор фазовых переменных, $u(t)$ — r-мерный дискретный вектор управляющих воздействий, t_0, t_1 — заданные числа, x_0 — заданный постоянный вектор, $f(t, x, u)$ — заданная n-мерная вектор-функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по x и u до второго порядка включительно, $\varphi(x)$ — заданная, дважды непрерывно дифференцируемая скалярная функция, $\Delta^\alpha x(t)$, $0 < \alpha \leq 1$ — дробный оператор порядка α [1–5], а U заданное непустое ограниченное и открытое множество.

Применяя модифицированный вариант метода приращений и учитывая открытость области управления, вычислены первая и вторая вариации (в классическом смысле) функционала качества. Учитывая равенство нулю первой вариации критерия качества вдоль оптимального процесса, доказано необходимое условие оптимальности первого порядка в форме аналога уравнения Эйлера [6–10], позволяющее найти классические экстремали. Далее путем исследования второй вариации критерия качества установлено конструктивно проверяемое необходимое условие оптимальности второго порядка типа [7, 8]. Этот результат существенно сужает множество классических экстремалей подозрительных на оптимальности.

Библиографические ссылки

1. *Miller K., Ross B.* An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. New York: Wiley, 1993. 366 p.
2. *Feckan M., Wang J., Pospisil M.* Fractional-order equations and inclusions. 2010. Vol. 3. 384 p.
3. *Podlubny I.* Fractional differential equations. San Diego: Acad. Press, 1999. 340 p.
4. *J. Jagan Mohan, Deekshitulu G.V.* Fractional order difference equations // International journal of differential equations. 2012. Article ID 780619. P. 1–11.
5. *Nuno R.O. Bastos Rui A.C., Ferreria, Delfim F.M. Torres* Necessary optimality conditions for fractional difference problems of the calculus of variations. Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B (DCDS-B). 2010. P. 21.
6. *Розоноэр Л.И.* Принцип максимума Л.С. Понтрягина в теории оптимальных систем. I // Автоматика и телемеханика. 1959. Т. 20. № 10. С. 1320–1334.
7. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* К теории необходимых условий оптимальности для дискретных систем // Автоматика и телемеханика. 1971. № 12. С. 58–65.
8. *Мансимов К.Б.* Дискретные системы. БГУ, 2013. 151 с.
9. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Альсевич В.В., и др.* Методы оптимизации. Минск: Четыре четверти, 2011. 472 с.
10. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Особые оптимальные управления. М.:URSS,2013.

ОБ УСЛОВИЯХ ОПТИМАЛЬНОСТИ ОСОБЫХ ДИСКРЕТНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ДЛЯ ОДНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В.В. Альсевич

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
alsevichvv@mail.ru

В классе дискретных управляющих воздействий рассматривается следующая задача оптимального управления:

$$J(u) = \varphi(x(t_1), x(t_2), \ldots, x(t^*)) \to \min, \tag{1}$$

$$\dot{x}(t) = B(x(t), x(t-\nu))u(t), t \in T = [0, t^*], x(t) = x_0(t), t \in [-\nu, 0], \tag{2}$$

$$u(t) \in U, \quad t \in T. \tag{3}$$

Здесь: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^r$, $0 < t_1 < \ldots < t_K = t^*$, K — натуральное число, U — выпуклый компакт, $\nu > 0$ — запаздывание.

Напомним, что управление $u(t) \in U$, $t \in T$, называется дискретным (с периодом квантования $h > 0$), если $u(t) = u(\tau)$, $t \in [\tau, \tau + h)$, $\tau \in T_h = \{0, h, 2h, \ldots, t^* - h\}$, где $h = t^*/N$, N — натуральное число.