АЛГОРИТМ ПРОГОНКИ РЕШЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С НЕРАЗДЕЛЕННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Ф.А. Алиев[1,2], М.М. Муталлимов[1,2], Л.И. Амирова[1]

[1]Институт прикладной математики, БГУ, Баку, Азебайджан
mmutallimov@bsu.edu.az

[2]Институт информационных технологий, НАНА, Баку, Азебайджан
f_aliev@yahoo.com

Введение. Известно, что задачи оптимизации с неразделенными двухточечными и многоточечными краевыми условиями [1] играют важную роль при решении многих практических задач, таких как построение оптимальных программных траекторий и управлений для движения шагающих аппаратов [2], для движения как и газа, так и газо-жидкостной смеси на кольцевом пространстве и подъемнике [3] при добыче нефти газлифтым способом.

1. Постановка задачи. Сначала рассмотрим ЛК задачи оптимизации с двухточечными неразделенными краевыми условиями, т.е. пусть движение объекта описывается следующей дискретной линейной управляемой системой

$$x(i+1) = \psi(i)x(i) + \Gamma(i)u(i), \ i = 1, 2, \ldots, \ell, \tag{1}$$

с неразделенными краевыми условиями

$$\Phi_1 x(0) - \Phi_2 x(\ell) = q, \tag{2}$$

где $x(i)$ — n-мерный фазовый вектор, $u(i)$ — m-мерное управляющее воздействие, $\psi(i)$, $\Gamma(i)$ и постоянные Φ_1, Φ_2 — матрицы размерности $n \times n$, $n \times m$ и $k \times n$, соответственно, известный постоянный вектор q имеет размерность k.

Требуется найти такие векторы $x(i)$, $u(i)$, $i = 1, 2, \ldots, \ell - 1$, чтобы квадратичный функционал

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{l-1} \left(x'(i)R(i)x(i) + u'(i)C(i)u(i) \right) \tag{3}$$

при ограничениях (1), (2) получил минимальное значение, где $R(i) = R'(i) \geq 0$, $C(i) = C'(i) > 0$ симметричные матрицы размерности $n \times n$, $m \times m$ соответственно, штрих означает операцию транспонирования.

2. Метод прогонки. Используя необходимые условия оптимальности в форме Эйлера-Лагранжа задачи (1)-(3) можно показать, что решение задачи (1)-(3) сводится к решению следующей системы линейных конечно-разностных уравнений $2n$ порядка

$$\left.\begin{aligned} & x(i+1) = \psi(i)x(i) - M(i)\lambda(i+1) \\ & \lambda(i) = R(i)x(i) + \psi'(i)\lambda(i+1) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

со следующими краевыми условиями

$$\Phi_1'\nu + \lambda(0) = 0, \ -\Phi_2'\nu + \lambda(\ell) = 0 \tag{5}$$

и (2), где $M(i) = \Gamma(i)C^{-1}(i)\Gamma'(i)$.

Далее, используя методику, изложенную в [4], решение задачи (4), (5) получим в следующем виде:

$$x(i+1) = \psi(i)x(i) - M(i)\left\{\sum_{k=0}^{i}\left(\prod_{j=k}^{i}\psi'^{-1}(i+k-j)\right)R(k)x(k) - \right.$$

$$\left. - \left(\prod_{k=0}^{i}\psi^{-1}(i-k)\right)\Phi_1'\nu\right\}, \ i = 0, 1, \ldots, \ell-1,$$

а $u(i)$ будет

$$u(i) = C^{-1}(i)\Gamma'(i)\left\{\sum_{k=0}^{i}\left(\prod_{j=k}^{i}\psi'^{-1}(i+k-j)\right)R(k)x(k) + \right.$$

$$\left. + \left(\prod_{k=0}^{i}\psi'(i-k)\right)\Phi_1'\nu\right\}, \ i = 0, 1, \ldots, \ell-1.$$

Библиографические ссылки

1. *Алиев Ф.А.* Методы решения прикладных задач оптимизации динамических систем. Баку: Елм, 1989.
2. *Ларин В.Б.* Управление шагающими аппаратами. Киев: Наук. думка, 1980.
3. *Mutallimov M.M., Aliyev F.A.* Methods for solving optimization problems in the operation of oil wells. Saarbrucken: LAP LAMBERT, 2012.
4. *Aliev F.A., Mutallimov M.M., Maharramov I.A., Huseynova N.Sh., Amirova L.I.* About One Sweep Algorithm for Solving Linear-Quadratic Optimization Problem with Unseparated Two-Point Boundary Conditions. Sahand Communications in Mathematical Analysis (SCMA). 2020. Vol. 17. No. 1, P. 99–107.