

реального времени, диагностики заболеваний животных и распространения вредителей растений и др.

Будущее АПК стран ЕАЭС за цифровым сельским хозяйством. В настоящее время наблюдается процесс зарождения его экосистемы – маркетплейсов здорового, персонализированного питания, а в недалеком будущем – просьюмеризма, когда потребители будут сами участвовать в создании пищевых продуктов через дистанционные сервисы с помощью технологий IoT [3].

В любом случае сбудутся прогнозы развития АПК или нет, цифровые технологии способствуют повышению производительности труда, продуктивности производства, оптимизации расходов, обеспечивают конкурентоспособность отрасли и ее устойчивое развитие.

Библиографические ссылки

1. Сельское хозяйство – приоритетное направление конкурса инновационных цифровых проектов ЕАЭС. URL: <https://alta.ru>
2. Цифровизация сельского хозяйства – один из приоритетов инновационного развития ЕАЭС. URL: <https://globalcentre.hse.ru/news/275840726.html>.
3. Будущее агросектора: диджитализация после коронакризиса | Решения на РБК+. URL: <https://plus.rbc.ru>.
4. Высший Евразийский экономический совет. Решение от 11 октября 2017 г. № 12 Об основных направлениях реализации цифровой повестки до 2025 г. URL: <https://docs.cntd.ru/document/555625953>.
5. Новости и события. URL: <https://www.ritmeurasia.org/news--2018-11-20--minselhoz-rf-iniciiruet-cifro-vizaciju-apk-v-ramkah-eaes-39668/>
6. Прогрессивное развитие аграрного сектора невозможно без инноваций, основанных на цифровых решениях. URL: https://www.alta.ru/ts_news/84057/
7. В «цифровой» оправе: как будут развиваться промышленность и АПК в ЕАЭС. URL: <http://www.eurasiancommission.org/ru/nae/news/Pages/27-07-2019-1-int.aspx/>
8. Цифровизация, транзит, АПК: Лукашенко назвал приоритеты интеграции в ЕАЭС. URL: <https://www.sb.by/articles/tsifrovizatsiya-tranzit-apk-lukashenko-nazval-prioritety-integratsii-v-eaes.html/>
9. В ЕЭК обсудили развитие цифровых технологий в АПК. URL: <https://eec.eaeunion.org/>
10. Растительное мясо: разрушаем шесть главных стереотипов | РБК Тренды. URL: <https://trends.rbc.ru>.

УДК 519.17

МАТРИЦЫ В ТЕОРИИ ГРАФОВ

А. В. Каленкович¹⁾, Ю. Л. Ратушева²⁾ (научный руководитель)

¹⁾ студентка, Белорусский государственный экономический университет, Минск, Республика Беларусь, n.kalenkovich02@mail.ru

²⁾ доцент, Белорусский государственный экономический университет, Минск, Республика Беларусь, yuliainvisible@tut.by

В данной работе рассматриваются основные виды матриц в теории графов: матрицы смежности, инцидентности и Кирхгофа. Цель работы – исследовать применение матриц в теории графов и их использование при решении транспортных задач. Графы, заданные в виде матрицы, представляются в более компактном и удобном виде. С их помощью можно вычислять количество вершин и дуг графа, а также, используя алгоритм Флойда, можно находить кратчайшие пути в транспортной сети для каждой пары населённых пунктов.

Ключевые слова: матрицы; теория графов; алгоритм Флойда для нахождения кратчайших маршрутов для каждой пары вершин в графе.

MATRICES IN GRAPH THEORY

A. V. Kalenkovich¹⁾, Y. L. Ratusheva²⁾ (supervisor)

¹⁾ Student, Belarus State Economic University, Minsk, Republic of Belarus, n.kalenkovich02@mail.ru

²⁾ Associate Professor, Belarus State Economic University, Minsk,
Republic of Belarus, yuliainvisible@tut.by

This paper deals with the main types of matrices in graph theory: adjacency, incidence and Kirchhoff matrices. The purpose of this paper is to investigate the application of matrices in graph theory and their use in solving transport problems. Graphs defined in the form of a matrix are represented in a more compact and convenient way. They can be used to calculate the number of vertices and arcs in a graph and, using the Floyd algorithm, to find the shortest paths in the transport network for each pair of localities.

Keywords: matrices; graph theory; Floyd's algorithm for finding shortest routes for each pair of vertices in a graph.

Матрицы – это один из основных объектов изучения алгебры, которые используются во множестве алгебраических операций. Однако, помимо алгебры, матрицы применяются в различных областях науки, в том числе и в дискретной математике, а также используются для более удобного представления больших объемов числовой информации. Матричное задание графов позволяет автоматизировать обработку информации, так как любую матрицу можно ввести в ЭВМ.

Для анализа матриц в теории графов используются такие виды матриц, как матрицы смежности, матрицы инцидентности, матрицы Кирхгофа. Рассмотрим и исследуем каждый из этих видов.

Матрицей смежности называется матрица A , у которой элемент a_{ij} равен числу ребер, соединяющих вершины v_i и v_j (идущих из вершины v_i в вершину v_j соответственно) [1].

Для матрицы (рис. 1) построим граф. Матрица является квадратной размерности 6, следовательно, граф будет иметь 6 вершин. Из матрицы видим, что из первой вершины выходит 4 ребра: во 2, 3, 5, 6 вершины; из второй вершины выходит 3 ребра: в 1, 4 и 6 вершины. Остальные ребра строятся по аналогии. Получили граф.

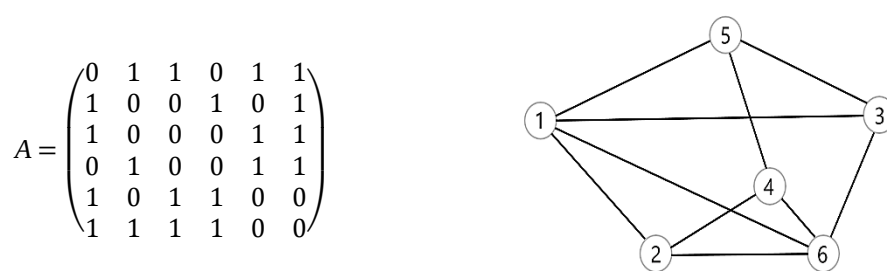


Рисунок 1 – Матрица смежности и соответствующий ей граф

Примечание – Разработка автора на основе [1, с. 23].

Матрицей инцидентности называется прямоугольная матрица B размерностью $m \times n$, где m – количество вершин графа, n – количество дуг графа, а элементы равны 1, -1, 0 [2].

Матрица имеет размерность 5×9 , следовательно, граф будет содержать 5 вершин и 9 дуг. По первому столбцу матрицы видим, что для первой дуги начальной является вершина 1, так как соответствующий элемент матрицы равен 1, а конечной – вершина 2, так как соответствующий элемент матрицы равен -1. Для остальных дуг определяем

аналогично. Начальная вершина – элемент матрицы равен 1, конечная – элемент равен –1. Получили граф.

Для матрицы (рис. 2) построим граф.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

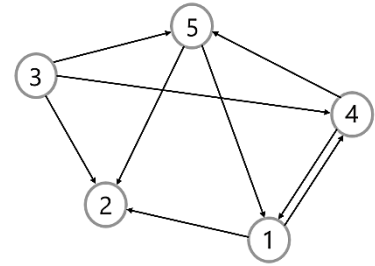


Рисунок 2 – Матрица инцидентности и соответствующий ей граф

Примечание – Разработка автора на основе [2, с. 197].

Матрица Кирхгофа определяется как квадратная матрица K порядка n , элементы которой равны –1, если вершины смежны; равны 0, если вершины не являются смежными; либо равны степени соответствующей вершины, если $i = j$, то есть, если это диагональный элемент [3].

Для матрицы (рис. 3) построим граф.

$$K = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

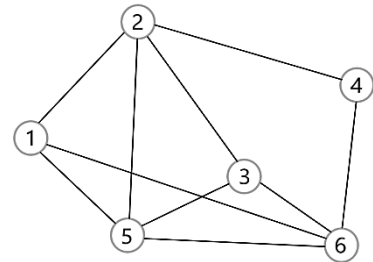


Рисунок 3 – Матрица Кирхгофа и соответствующий ей граф

Примечание – Разработка автора на основе [3, с. 6].

Матрица имеет размерность 6, значит, граф будет содержать 6 вершин. Диагональные элементы иллюстрируют степень каждой вершины, то есть количество ребер, выходящих из данной вершины. К примеру, из вершины 1 будет выходить 3 ребра, так как первый элемент на главной диагонали равен 3. Вершины 1–2, 1–5 и 1–6 будут смежными, так как 2-й, 5-й и 6-й элементы первой строки равны –1. Остальные дуги определяются аналогично. Получили граф.

Применение матриц в теории графов также можно проиллюстрировать на примере задачи о нахождении кратчайших путей для каждой пары вершин в графе с использованием матриц.

Алгоритм Флойда

Общая постановка задачи: имеется N населенных пунктов, соединенных дорогами, длины которых известны (рис. 4). Возможные направления движения указываются стрелками. Для каждой пары населенных пунктов необходимо определить кратчайший маршрут [4].

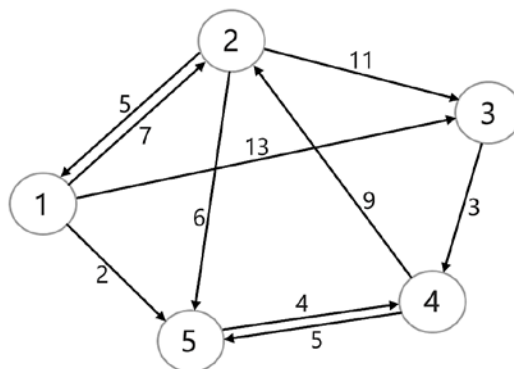


Рисунок 4 – Транспортная сеть

Примечание – Разработка автора на основе [4, с. 55].

Для решения задачи потребуются две матрицы размерностью 5х5:

$$L_0 = \begin{pmatrix} \infty & 7 & 13 & \infty & 2 \\ 5 & \infty & 11 & \infty & 6 \\ \infty & \infty & \infty & 3 & \infty \\ \infty & 9 & \infty & \infty & 5 \\ \infty & \infty & \infty & 4 & \infty \end{pmatrix} S_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

В матрице L_0 диагональные элементы равны ∞ , элемент l_{54} равен 4, так как длина дуги из вершины 5 в вершину 4 равна 4. Дуги из 5-й вершины в 3-ю не существует, поэтому $l_{53} = \infty$. Остальные элементы определяются аналогичным образом. В матрице S_0 элемент j -го столбца равен числу j .

Далее проводится пересчет элементов матриц. Из L_0 в L_1 без изменений переходят элементы 1-й строки и 1-го столбца, из S_0 в S_1 – аналогично. Для остальных элементов выполним проверку неравенства $l_{ij} \leq l_{ip} + l_{pj}$, где p – номер матрицы. Если оно выполняется, то элемент l_{ij} переходит в матрицу L_1 без изменений (как и s_{ij} из S_0 в S_1), в противном случае заменяем его на сумму $l_{i1} + l_{1j}$, а элемент s_{ij} заменяем на s_{i1} .

Так как граф содержит 5 населенных пунктов, алгоритм заканчивает свою работу, когда построены матрицы L_5 и S_5 . Для всех матриц строим аналогично вышесказанному.

Рассмотрим матрицы L_5 и S_5 .

$$L_5 = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 13 & 6 & 2 \\ 5 & 9 & 11 & 10 & 6 \\ 17 & 12 & 23 & 3 & 8 \\ 14 & 9 & 20 & 9 & 5 \\ 18 & 13 & 24 & 4 & 9 \end{pmatrix} S_5 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

В матрице L_5 элемент l_{ij} показывает длину кратчайшей цепи между вершинами i и j . Например, элемент l_{35} равен 8, значит кратчайшая цепь между 3-й и 5-й вершинами имеет длину 8.

Маршрут движения определяется из матрицы S_5 . Находим элемент s_{35} . Он равен 4, поэтому переходим на 4-й элемент этого же (5-го) столбца: $s_{45} = 5$. Ответ: кратчайший путь из 3-й вершины в 5-ю выглядит так: $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$, его длина равна 8.

Таким образом, на основе проведенного исследования можно сделать вывод: использование матриц при решении задач упрощает сам процесс решения и позволяет представить его в более компактном виде, чем последовательное вычисление отдельных элементов.

С помощью матриц можно представлять графы в числовом виде; определять количество вершин и ребер графа, а также смежные и инцидентные вершины и ребра без изображения самого графа; решать задачи с транспортными сетями.

Библиографические ссылки

1. Прокушев Л. А. Дискретная математика. Основы теории графов и алгоритмизации задач : учебное пособие. Санкт-Петербург : С.- Петерб. гос. ун-т аэрокосм. прибор-я, 2002. 82 с.
2. Костевич Л. С. Математическое программирование. Информационные технологии оптимальных решений: учебное пособие. Минск : Новое знание, 2003. 424 с.
3. Домнин Л. Н. Элементы теории графов : учебное пособие. Пенза : Пенз. гос. ун-т, 2007. 144 с.
4. Берцун В. Н. Математическое моделирование на графах. Часть 3 : учебное пособие. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2013. 88 с.

УДК 004.048

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ В ОБРАЗОВАНИИ

А. В. Канащ¹⁾, А. С. Мезина²⁾, Т. А. Ткалич³⁾ (научный руководитель)

¹⁾ аспирант, Белорусский государственный университет, Минск,
Республика Беларусь, ershesse@mail.ru

²⁾ студент, Белорусский государственный университет, Минск,
Республика Беларусь, angelm.htc@gmail.com

³⁾ профессор Института бизнеса, Белорусский государственный университет, Минск,
Республика Беларусь, kaf_pr@sbmt.by

Активное вынужденное использование LMS в образовательном процессе в связи с COVID-19 привело к накоплению данных больших объемов, а также к необходимости обрабатывать собранную информацию. Интеллектуальный анализ данных позволит повысить эффективность образования, в том числе положительно повлияет на непрерывное обучение. Модели машинного обучения в образовании позволяют создать адаптивную образовательную среду, которая даст возможность наиболее объективно оценивать результаты студентов и эффективно выстраивать планы учебных дисциплин.

Ключевые слова: интеллектуальный анализ данных; машинное обучение; искусственный интеллект; адаптивное образование; непрерывное обучение.

DATA MINING FOR BUILDING MACHINE LEARNING MODELS IN EDUCATION

A. V. Kanash¹⁾, A. S. Mezina²⁾, T. A. Tkalich³⁾ (supervisor)

¹⁾ PhD Student, Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus, ershesse@mail.ru

²⁾ Student, Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus, angelm.htc@gmail.com

³⁾ Professor of the Institute of Business, Belarusian State University, Minsk,
Republic of Belarus, kaf_pr@sbmt.by

The active forced use of LMS in the educational process in connection with COVID-19 has led to the accumulation of large volumes of data, as well as to the need to process the collected information. Data mining will improve the effectiveness of education, including a positive impact on life-long learning. Machine learning models in education make it possible to create an adaptive educational environment that