

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ МАТЕРИАЛА НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ

Т. А. Макаева

ВВЕДЕНИЕ

Исследования последних лет убедительно показали, что при деформировании объектов сложного внутреннего строения существенную роль играют локальные деформации, обусловленные относительными перемещениями и деформациями его структурных составляющих. Оче-

видно, что структура/микроструктура среды существенным образом влияет на характер ее деформирования и напряжённое состояние (композиционные материалы, горные породы, мелкозернистые материалы, наноструктуры и т.д.). Так при разработке моделей разрушения геоматериалов, искусственных композитов необходимо принимать в расчет возможность образования блочной структуры, учитывать ее тип, соотношения размеров блоков и их ориентировку в пространстве, характер и тип деформирования как отдельных блоков, так и межблокового пространства [1]. Деформирование такой среды в дальнейшем во многом определяется образовавшейся внутренней структурой. Например, блочная структура в массиве может образовываться таким образом, что сплошность массива при этом в целом сохраняется. В дальнейшем деформация такой структуры происходит за счет скольжения блоков друг относительно друга и, может быть, их поворотов.

Следует упомянуть и такое новое направление в механике материалов, как создание принципиально новых материалов, способных проявлять программируемые, нелинейные деформационные свойства, вплоть до получения адаптивной реакции на внешнее воздействие [2]. В частности, к таковым можно отнести ауксетики – материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона ν , способные расширяться/сужаться в направлении, перпендикулярном растяжению/сжатию соответственно. Хотя, на первый взгляд, неположительность ν противоречит здравому смыслу, возможность существования таких материалов подтверждается известным соотношением теории упругости изотропных тел: $\nu = (3K - 2\mu)/(6K + 2\mu)$, где K , μ – модули объемной деформации и сдвига, положительные для стабильных материалов. Отсюда следует, что отрицательные значения ν возможны при условии $\mu > 3/2 K$, когда модуль сдвига превышает модуль объемной деформации более чем на 50%. Таким образом, коэффициент Пуассона изотропного тела может находиться в пределах $-1 \leq \nu \leq 0,5$, хотя у большинства конструкционных материалов значения ν колеблются в пределах 0,2–0,4.

В настоящее время активно развиваются новые направления современной механики, требующие при построении механико-математических моделей для описания соответствующих механических процессов обязательного учета внутренней структуры среды материалов. В данном контексте в первую очередь следует выделить создание новых материалов с заданными свойствами, причем как на макро-, так и микро- и нано- уровнях. Естественно, актуальным является построение моделей, описывающих процессы разрушения тел и их напряженно-деформированное состояние с учетом образования новой внутренней

структуры. Расчёты, выполняемые на основе классической модели деформирования упругих тел, не содержат микроструктурных параметров, и поэтому, при применении проведённых расчётов к реальным задачам имеет место так называемая «неустраняемая погрешность». При этом уточнение численных алгоритмов решения сложных задач не ведёт к уменьшению погрешности математической модели упругого деформирования по отношению к реальным объектам.

В статье рассмотрен пример построения механико-математических моделей поведения деформируемых твердых упругих сред с учетом их внутренней структуры для одного класса новых задач – поведение ауксетичных материалов.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ АУКСЕТИЧНОГО ПОРОМАТЕРИАЛА

Рассмотрим новый тип материала – ауксетичный пеноматериал с вогнутой формой ячеек, при которой коэффициент Пуассона принимает отрицательные значения [2, 3]. При построении модели деформирования такого материала его структурная единица может моделироваться упругими стержневыми элементами. Воспользовавшись подходом, описанным в работах [4-6], построена модель поведения материала для двумерной стержневой структуры, которая может рассматриваться как модель пористого материала. Замечание. В работе [4] предполагалось, что стержни являются абсолютно жесткими, а их соединение обеспечивается идеальными шарнирами. Такие допущения затрудняют сопоставление указанной модели с реальным материалом. В настоящем исследовании, подобно [5], учитывалась конечная жесткость стержней при растяжении и изгибе. Соотношения, описывающие связь между компонентами напряженного и деформированного состояний для среды с рассматриваемой структурой, имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = a_{11}\varepsilon_{xx} + a_{12}\varepsilon_{xy} + a_{13}\varepsilon_{yy}, \\ \sigma_{xy} = a_{12}\varepsilon_{xx} + a_{22}\varepsilon_{xy} + a_{23}\varepsilon_{yy}, \\ \sigma_{yy} = a_{13}\varepsilon_{xx} + a_{23}\varepsilon_{xy} + a_{33}\varepsilon_{yy}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь a_{ij} – компоненты тензора модулей упругости рассматриваемого материала.

Итак, математическая модель данного материала состоит из уравнений равновесия Коши, уравнений неразрывности, граничных условий и физических уравнений (1), определяющих связь между напряжениями и деформациями. В результате проведенного анализа показано, что рас-

смотренная стержневая модель анизотропного материала демонстрирует аномалию упругого деформирования – отрицательный коэффициент Пуассона.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ

Для исследования влияния структуры материала был выполнен сравнительный анализ поведения конструкций из ауксетичного материала и «обычного» упругого материала. В обоих случаях были взяты сопоставимые физико-механические характеристики материалов.

В качестве расчетной модели рассматривалась классическая задача механики о балке, жестко заделанной одним концом, и нагруженной распределенной нагрузкой постоянной интенсивности по всей длине (рис. 1).

В соответствии с введенными предположениями для первой модельной задачи в качестве физических соотношений, определяющих поведение среды, были взяты уравнения (1). Тогда, разрешающая система уравнений соответствующей модельной задачи МДГТ состоит из двух дифференциальных уравнений равновесия Коши, трех физических соотношений (1), трех соотношений сплошности и соответствующих граничных условий. Вторая модельная задача представляла собой решение задачи линейной теории упругости для конструкции, представленной на рис.1. То есть в этом случае физических уравнения, определяющие связь компонент НДС, являются классическим законом Гука.

Решение систем разрешающих уравнений находилось численным образом. Расчеты выполнялись на основе специализированного программного пакета для решения дифференциальных уравнений FlexPDE. При выполнении численных расчетов были выбраны следующие значения параметров:

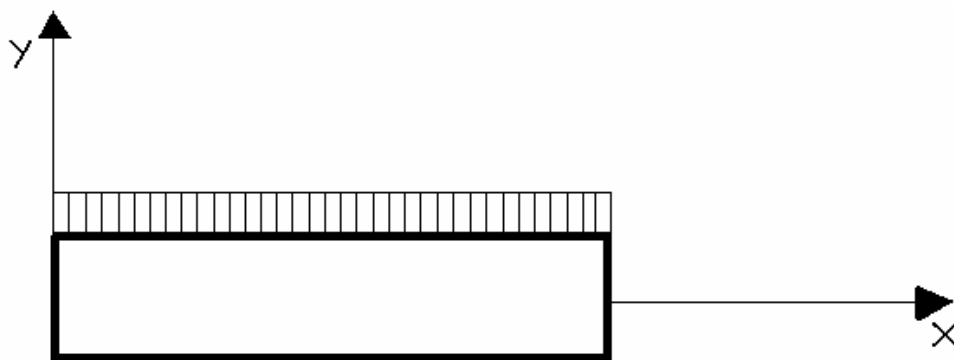
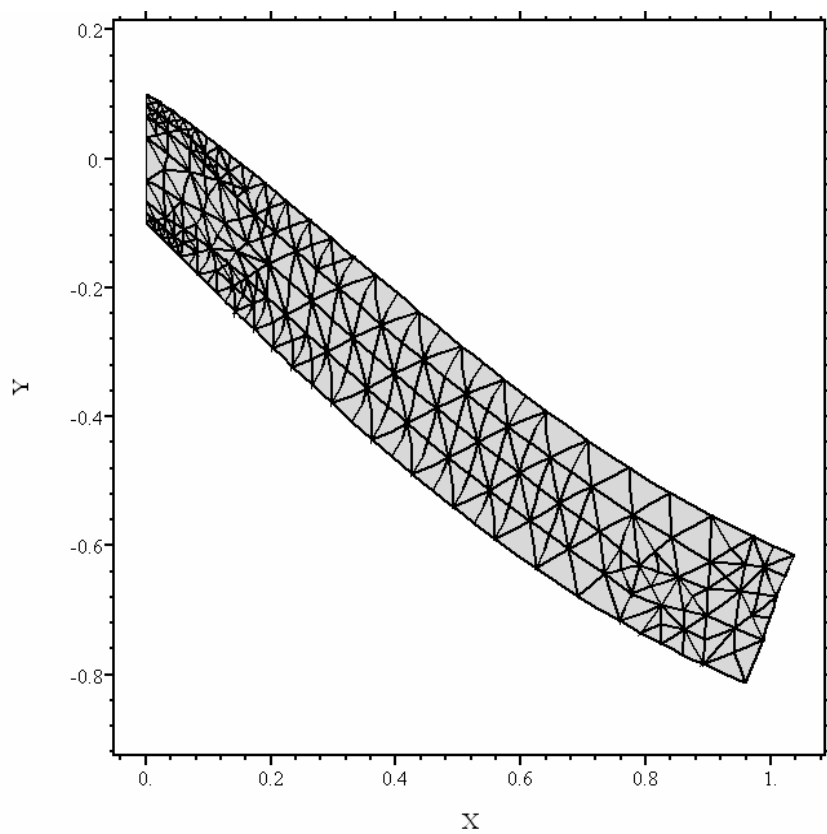
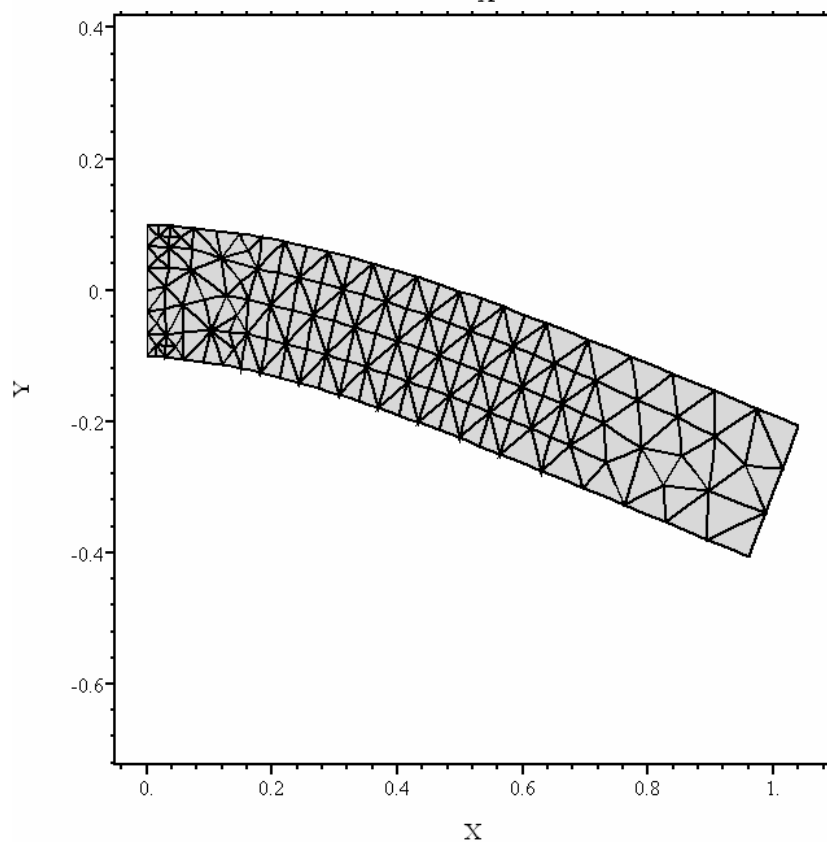


Рис. 1. Модельная задача



•



•

Рис. 2. Деформационное состояние конструкции для модельных задач:
 a – физические соотношения вида (1); b – в качестве физических соотношений принят закон Гука

- для задачи классической теории упругости ν (коэффициент Пуассона) = 0.3; E (модуль Юнга) = $6.37576 \cdot 10^9$; L (длина балки) = 1.0; h (толщина балки) = 0.2,

- для модельной задачи, в которой в качестве физических соотношений взяты уравнения (1)
 ν (коэффициент Пуассона) = -0.188949; E_x (модуль Юнга по оси x) = $6.37576 \cdot 10^9$; E_y (модуль Юнга по оси y) = $4.92174 \cdot 10^8$;
 G (модуль сдвига) = $6.73362 \cdot 10^7$; L (длина балки) = 1.0;
 h (толщина балки) = 0.2; V_f (объемная доля армирующей фазы) = 0.1; φ (угол нагружения) = 0; α (угол, характеризующий форму ячеек модели) = 60; r (отношение длин вертикального и наклонного стержней) = 2;
 E_m (модуль Юнга стержней, используемых для построения ячейки периодичности) = $22.0 \cdot 10^{10}$;
 ν_m (коэффициент Пуассона стержней, используемых для построения ячейки периодичности) = 0.3.

Как видно, в математической модели, в которой в качестве физических соотношений взяты уравнения (1), в отличие от стандартной упругой модели, фигурирует более двух параметров: параметр r , угол α , объемная доля армирующей фазы V_f , коэффициент Пуассона и модуль Юнга материала стержней ν_m и E_m соответственно. За счет большего числа параметров, которые определяют поведение среды при деформировании, представляется возможным моделировать более сложные зависимости между напряжениями и деформациями.

На рис.2 представлены деформированные формы балок соответственно для рассмотренных модельных задач.

Литература

1. Журавков М.А., Коновалов О.Л., Богдан С.И., Прохоров П.А., Круподеров А.В. Компьютерное моделирование в геомеханике / Под общ. ред. М.А. Журавкова. Мн. БГУ. 2008.
2. Плескачевский Ю.М., Шилько С.В. Ауксетики: модели и приложения. // Вести НАНБ. 2003. №4. С. 58-68.
3. Конёк Д.А., Войцеховски К.В., Плескачевский Ю.М., Шилько С.В. Материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона. // Механика композиционных материалов и конструкций. 2004. том 10, №1. С.35-69.
4. Almgren R.E. An isotropic three dimensional structure with Poisson's ration = -1. // J. Elasticity, 15 (1985), 427-430.
5. Шилько С.В., Столяров А.И. Деформационные характеристики обращенной неоднородной структуры при растяжении. // Материалы, технологии, инструмент, (1996), №2, 64.
6. Warren W.E., Kraunik A. M. The effective elastic properties of low-density foams. // The winter annual meeting of the ASME, Boston (1987), P. 123-145.