

# БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе  
и образовательным инновациям

  
О.Н.Здрок

«02» июля 2021 г.

Регистрационный № УД – 10158/уч.

## ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальностей:**

**1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)**

направление специальности:

1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность)

**1-31 03 04 Информатика**

**1-31 03 05 Актуарная математика**

**1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)**

направление специальности

1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность

(математические методы и программные системы)

**1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям)**

направление специальности

1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика

(математические методы и компьютерное моделирование в экономике)

2021 г.

Учебная программа составлена на основе типовых учебных планов №G 31-1-026/пр-тип., № G 31-1-027/пр-тип., №G 31-1-028/пр-тип., №G 31-1-029/пр-тип. от 30.06.2021, №P 98-1-003/пр-тип. от 02.07.2021, учебных планов №G 31-1-030/уч., №G 31-1-031/уч., №G 31-1-032/уч., №G 31-1-033/уч. от 30.06.2021, № P 98-1-005/уч. от 23.07.2021.

### **СОСТАВИТЕЛИ:**

**Г.П. Размыслович**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**А.В. Филипов**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета;

Красовский С.Г., ведущий научный сотрудник Института математики Национальной академии наук Беларуси, кандидат физико-математических наук

### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 12 от 26.05. 2021 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 30.06. 2021 г.).

Заведующий кафедрой  
высшей математики  
доктор физико-математических наук

  
\_\_\_\_\_

М.М. Васьковский

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по дисциплине «Основы высшей алгебры» разработана в соответствии с учебными планами и образовательными стандартами первой ступени высшего образования по специальностям 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность), 1-31 03 04 Информатика, 1-31 03 05 Актуарная математика, 1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике), 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям), направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы).

Учебная дисциплина «Основы высшей алгебры» знакомит студентов с основными понятиями высшей алгебры и элементами теории чисел.

Базой для изучения данной учебной дисциплины являются дисциплина «Алгебра», изучаемая в средней школе.

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Основными целями** преподавания учебной дисциплины «Основы высшей алгебры» являются:

- дать глубокие знания по одному из основных разделов курса высшей математики, а также технический аппарат, необходимый при решении сложных задач;
- создать фундаментальные основы, необходимые для усвоения материала перечисленных ниже дисциплин;
- сформировать одну из основных частей банка знаний специалистов университетского уровня в избранной области деятельности.

**Основные задачи**, решаемые при изучении учебной дисциплины «Основы высшей алгебры»:

- формирование у студентов понятия алгебраической операции, знакомство с основными алгебраическими структурами;
- формирование у студентов понятий комплексного числа, матрицы, определителя;
- изучение основ теории делимости многочленов и теории чисел.

При изложении дисциплины важно показать возможности использования матричного аппарата при решении как чисто теоретических, так и прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Основы высшей алгебры» является дисциплиной государственного компонента и входит в **модуль** «Геометрия и алгебра» для специальностей 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность), 1-31 03 04 Информатика, в **модуль** «Высшая математика» для специальностей 1-31 03 05 Актуарная математика, 1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по

направлениям), направление специальности 1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике), 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям), направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы).

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина «Основы высшей алгебры» является базовой математической дисциплиной и непосредственно связана с основными учебными дисциплинами государственного компонента «Линейная алгебра», «Дифференциальное и интегральное исчисление», «Теория функций комплексного переменного», «Вычислительные методы алгебры», «Численные методы», «Дифференциальные уравнения».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной программы должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных** компетенций:

*Для специальности 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям):*

БПК-2. Применять основы дифференциального и интегрального исчисления, методы математического анализа к решению прикладных задач.

БПК-3. Использовать методы аналитической геометрии и линейной алгебры при решении задач в области прикладной математики.

*Для специальности 1-31 03 04 Информатика:*

БПК 1. Решать математические задачи и строить логические цепочки утверждений.

БПК-3. Использовать методы аналитической геометрии и линейной алгебры в задачах информационных технологий и применять их при разработке алгоритмов.

*Для специальности 1-31 03 05 Актуарная математика:*

БПК 1. Применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления, методы аналитической геометрии и линейной алгебры для построения математических моделей и решения прикладных задач.

*Для специальности 1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям):*

БПК 1. Применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления, методы аналитической геометрии и линейной алгебры для построения математических моделей и решения прикладных задач

*Для специальности 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям):*

БПК 1. Применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления, методы аналитической геометрии и линейной алгебры для построения математических моделей и решения прикладных задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:**

- основные алгебраические структуры: группа, кольцо, поле;
  - понятия и основные характеристики комплексных чисел, матриц, определителей;
  - основы теории делимости многочленов;
  - основы теории чисел;
- уметь:**
- оперировать комплексными числами и матрицами
  - решать системы линейных алгебраических уравнений;
- владеть:**
- матричным аппаратом при решении задач специальности.

### **Структура учебной дисциплины**

Учебная дисциплина «Основы высшей алгебры» изучается в первом семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение дисциплины отведено 216 учебных часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции - 36 часов, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Введение**

Предмет дисциплины «Основы высшей алгебры». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место алгебры в системе математического образования.

### **Тема 2. Комплексные числа**

Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.

### **Тема 3. Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле**

Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы групп, колец, полей.

### **Тема 4. Многочлены**

Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Схема Горнера. Интерполяция. Разложение многочленов на неприводимые многочлены. Неприводимость многочленов над полями действительных и комплексных чисел.

### **Тема 5. Матрицы и определители**

Матричная алгебра. Определители. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Матричные уравнения.

### **Тема 6. Элементы теории чисел**

Деление с остатком в кольце целых чисел. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Числовые сравнения. Сравнения и системы сравнений первой степени с одним неизвестным. Китайская теорема об остатках.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Количество часов УСП	
1	2	3	4		9
1.	<b>Введение</b>	1			
2.	<b>Комплексные числа</b> Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня $n$ -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.	5	4	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа
3.	<b>Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле</b> Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы групп, колец, полей.	4	4		Собеседование
4.	<b>Многочлены</b> Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Схема Горнера. Интерполяция. Разложение многочленов на неприводимые многочлены. Неприводимость многочленов над полями действительных и комплексных чисел.	10	8	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа, коллоквиум

5.	<p><b>Матрицы и определители</b>  Матричная алгебра. Определители. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Матричные уравнения.</p>	10	8	2	<p>Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа,</p>
6.	<p><b>Элементы теории чисел</b>  Деление с остатком в кольце целых чисел. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Числовые сравнения. Сравнения и системы сравнений первой степени с одним неизвестным. Китайская теорема об остатках.</p>	6	6		<p>Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой</p>



## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Беняш-Кривец В.В., Мельников О.В. Лекции по алгебре: группы, кольца, поля. Изд-во БГУ, Минск, 2008 г. 116с.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – С-Пб., “Лань”, 2021 г., 432с.
3. Нестеренко Ю.В. Теория чисел. М., «Академия», 2008 г., 272с.
4. Размыслович Г.П., Филиппов А.В., Ширяев В.М. Геометрия и алгебра. Практикум. - Мн., ”Выш. школа”, 2018 г., 382с.
5. Размыслович Г.П. Элементы высшей алгебры. Мн: БГУ, 2015. - 55 с.

### Перечень дополнительной литературы

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: “Наука”, 1984 г., 320с.
2. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. I. - Мн., “Выш. школа”, 1976 г., 544с.
3. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. II. - Мн., “Выш. школа”, 1984 г., 302с.
4. Размыслович Г.П., Феденя М.М., Ширяев В.М. Геометрия и алгебра. - Мн., “Университетское”, 1987 г., 350с.
5. Размыслович Г.П., Феденя М.М., Ширяев В.М. Сборник задач по геометрии и алгебре. - Мн., "Университетское", 1999 г., 384с.
6. Фаддеев Д.Н., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. - М.: “Наука”, 1977, 188с.
7. Ширяев В.М. Прикладная алгебра. Теория чисел. Сборник задач. Мн: Изд-во БГУ, 2009 г., 152с.

### Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Текущая аттестация проводится в соответствии с Постановлением Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г. «Об утверждении Правил проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования»; Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020), критериями оценки уровня знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь № 21-04-1/105 от 22 декабря 2003 г.).

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы создаются фонды оценочных средств, включающие следующие формы:

*Устные формы:*

– собеседования.

*Письменные формы:*

– коллоквиумы;

– контрольные работы.

*Устно-письменные формы:*

– отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой;

– отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой;

– экзамен.

Оценочными средствами предусматривается оценка способности обучающихся к творческой деятельности, их готовность вести поиск эффективного решения новых задач.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Основы высшей алгебры» учебным планом предусмотрен экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

– ответы на практических занятиях – 33,3 %;

– контрольные работы 66,6%.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной оценки – 60 %.

### **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

#### **Тема 2. Комплексные числа**

Примерный перечень заданий:

Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.

Вывести формулы степеней тригонометрических функций от  $\alpha$  через тригонометрические функции углов, кратных  $\alpha$ . Выразить тригонометрические функции углов, кратных  $\alpha$ , через тригонометрических функций от  $\alpha$ .

**Форма контроля:** отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой.

#### **Тема 4. Многочлены**

Примерный перечень заданий:

Корни многочлена.

Используя теорему Виета, найти для многочлена сумму квадратов и кубов его корней.

**Форма контроля:** отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой.

### **Тема 5. Матрицы и определители**

Примерный перечень заданий:

Определители.

Вычисление определителей  $n$ -го порядка методом рекуррентных соотношений

**Форма контроля:** отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой.

### **Примерная тематика практических занятий**

Практические занятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Основы высшей алгебры» возможно использование элементов **эвристического обучения**: проблемное изложение некоторых аспектов, использование частично-поискового метода.

На практических занятиях по учебной дисциплине «Основы высшей алгебры» рекомендуется использовать **индивидуальный, творческий подход**. Студенты получают от преподавателя задания, разрабатывают методы решения задач.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются:

наличием и полным доступом обучающегося к библиотечным фондам, электронным средствам обучения, доступностью электронных (и бумажных) вариантов лекций, учебно-методических пособий и сборников задач по основным разделам учебной дисциплины, указаниями к решению типовых задач.

Для организации самостоятельной работы студентов в электронной библиотеке БГУ размещен учебно-методический комплекс

(<http://elib.bsu.by/handle/123456789/242860>.), содержащий учебно-программные материалы, материалы для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, задания, тесты, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов.

### Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел.
2. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.
3. Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности.
4. Алгебраическая операция.
5. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы групп, колец, полей.
6. Кольцо многочленов над полем.
7. Деление с остатком.
8. Алгоритм Евклида.
9. Корни многочлена. Схема Горнера. Интерполяция.
10. Разложение многочленов на неприводимые многочлены.
11. Неприводимость многочленов над полями действительных и комплексных чисел.
12. Матричная алгебра.
13. Определители.
14. Теорема Лапласа.
15. Обратная матрица.
16. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.
17. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
18. Матричные уравнения.
19. Деление с остатком в кольце целых чисел. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида.
20. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики.
21. Числовые сравнения.
22. Сравнения и системы сравнений первой степени с одним неизвестным. Китайская теорема об остатках.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) <sup>1</sup>
Аналитическая геометрия	Кафедра высшей математики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 26.05.2021г.)
Дифференциальное и интегральное исчисление	Кафедра высшей математики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 26.05.2021г.)

## ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на 2022 / 23 учебный год

№№ Пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры кафедры высшей математики (протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_ г.)

Заведующий кафедрой

ДОКТ.ФИЗ.-МАТ.НАУК,

(ученая степень, звание)

(подпись)

М.М.Васьковский

(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декана ФПМИ

ДОКТ.ТЕХН.НАУК,

(ученая степень, звание)

(подпись)

А.М.Недзведь

(И.О.Фамилия)