Библиографические ссылки

1. *Благодатских В.И.* Введение в оптимальное управление. М.: Высш. шк., 2001.

ОДИН ПОДХОД В СТАБИЛИЗАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В.В. Горячкин, В.В. Крахотко

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
krakhotko@bsu.by

Рассмотрим линейную стационарную систему

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t),\ x(0) = x_0, u(t) = Cx(t),\ t = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где x, $x_0 \in R^n$, $u \in R^r$, A, B и C — постоянные матрицы.

Замкнем систему (1) обратной связью. Известно [1], что система (1) стабилизируема тогда и только тогда, когда замкнутая система

$$x(t+1) = (A + BC)x(t)$$

асимптотически устойчива при любом начальном состоянии x_0. Спектральный критерий асимптотической устойчивости замкнутой системы имеет вид $\rho(A + BC) < 1$. Таким образом, решение задачи стабилизации сводится к построению матрицы C, при которой выполняется неравенство со спектральным радиусом.

Далее предлагается процедура вычисления матриц обратной связи, устанавливается критерий стабилизации, который при данном выборе матриц обратной связи явно зависит от исходных параметров системы.

Для системы (1) будем искать управление $u(t, x)$: $R^n \to R^r$, такое, чтобы последовательность векторов $x(t)$, задаваемая рекуррентным уравнением

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t, x(\tau)), \quad (2)$$

$$t = \tau, \tau + 1, \dots, \tau + l - 1,\ \tau = 0, l, 2l, 3l, \dots,\ l \geq 1,$$

сходилась к точке покоя $x = 0$ для любых начальных векторов x_0.

Целое число l и обратную связь по управлению строим, исходя их следующих рассуждений. Положим $D_i = A^i B,\ i = \overline{0, n-1}$. Столбцы матричных блоков $D_i,\ i = \overline{0, n-1}$, составляют матрицу управляемости D. Пусть $l,\ 1 \leq l \leq n,$ — минимальное число блоков D_i, на которых матрица управляемости $D = D(l)$ имеет максимальный ранг $p \leq n$.

Зафиксируем любое τ из множества $\{0, l, 2l, 3l, \ldots\}$. Далее строим управления $u(\tau)$ следующим образом:

$$\left.\begin{array}{c} u(\tau) = C_0 A^l x(\tau), \\ u(\tau+1) = C_1 A^l x(\tau), \\ -\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,- \\ u(\tau+l-1) = C_{l-1} A^l x(\tau), \end{array}\right. \tau = 0, l, 2l, 3l, \ldots, \qquad (3)$$

где матрицы $C_i,\ i = \overline{0, l-1}$ подлежат определению. Обозначим $y(t) = (x(tl-l+1), x(tl-l+2), x(tl-l+3), \cdots, x(tl))^T,\ t = 1, 2, \ldots,$ $y_0 = (x_0, x_0, x_0, \cdots, x_0,)^T$,

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ A & 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & A & 0 \end{pmatrix},\ \tilde{B} = \begin{pmatrix} 0 & ... & 0 & A + BC_0A^l \\ 0 & ... & 0 & BC_1A^l \\ 0 & ... & 0 & BC_2A^l \\ ... & ... & ... & ....\ .... \\ 0 & ... & 0 & BC_{l-1}A^l \end{pmatrix}.$$

В этих обозначениях замыкание системы (2) управлением (3) примет вид

$$(E - \tilde{A})y(t+1) = \tilde{B}y(t),\ y(0) = y_0. \qquad (4)$$

Известно [1, 2], что система (4) асимптотически устойчива при любом начальном состоянии y_0 тогда и только тогда, когда все корни характеристического уравнения $\det((E - \tilde{A})^{-1}\tilde{B} - \lambda E) = 0$ по модулю меньше единицы. Этот результат можно представить в другой форме, а именно, в терминах матриц $A, B, C_0, C_1, \ldots, C_{l-1}$. Справедлива

Теорема 1. *Система (4) асимптотически устойчива при любом начальном условии y_0 тогда и только тогда, когда выполняется неравенство*

$$\rho((E - D(l)Q(l))A^l) < 1, \qquad (5)$$

где здесь и далее $Q(l) = \begin{pmatrix} -C_0 \\ \cdots \\ -C_{l-1} \end{pmatrix}$, $D(l) = (D_i, i = l-1, l-2, \ldots, 0)$.

Ясно, что свойства асимптотической устойчивости системы (4) и стабилизации системы (2) при одних и тех же матрицах $C_0, C_1, \ldots, C_{l-1}$ эквивалентны.

Библиографические ссылки

1. *Леонов Г.А., Шумаров М.М.* Методы стабилизации линейных управляемых систем. — СПб.,2005.
2. *Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И.* Вычислительные методы высшей математики. Т. 1. Мн.: "Вышэйшая школа", 1972.

РЕГУЛЯРИЗИРОВАННАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО НЕТОЧНЫМ ДАННЫМ

В.Ф. Губарев

Институт космических исследований НАН Украины и ГКА Украины,
Киев, Украина
v.f.gubarev@gmail.com

Введение. В большинстве существующих методов управления динамическими системами предполагается, что математическая модель известна. Тогда основное внимание теории управления связано с задачами анализа и синтеза. Чтобы методы синтеза обеспечивали желаемый результат управления, модель должна адекватно описывать реальные процессы. Допускается небольшая неопределенность описания, как правило, связанная с шумами на выходе и наличием возмущений на входе. Чаще всего стохастический подход используется для их интерпретации, что позволяет решать задачи управления в рамках детерминированного описания. Одним из методов построения модели является идентификация. Методы стохастической идентификации, ориентированные на нахождение моделей с несмещенными оценками параметров, на практике оказались неэффективными. Они работают в достаточно простых случаях с хорошими структурными свойствами системы и погрешностях типа белого шума. В других случаях задачи идентификации становятся некорректно поставленными. В результате находятся приближенные регуляризированные решения, в которых структурные свойства модели и системы могут существенно отличаться. Очевидно, что это потребует адаптации существующих методов управления или создания принципиально новых ориентированных на такой класс моделей. В определенных случаях могут быть использованы методы, развиваемые академиками А.Б. Куржанским и В.М. Кунцевичем, основанные на гарантированном подходе с множественным