Библиографические ссылки

1. *Тот Л.Ф.* Расположения на плоскости, на сфере и в пространстве. М.: Физматлит, 1958.
2. *Казаков А.Л., Лемперт А.А.* Об одном подходе к решению задач оптимизации, возникающих в транспортной логистике // Автоматика и телемеханика. 2011. Т. 72. № 7. С. 50–57.
3. *Казаковцев Л.А., Гудыма М.Н.* Постановка задачи оптимального размещения сети датчиков мониторинга загрязнения воздуха и воды // Перспективы развития информационных технологий. 2013. № 13. С. 19–24.
4. *Пескин А.Е.* Системы видеонаблюдения. Основы построения, проектирования и эксплуатации. М.: Горячая линия-Телеком, 2013.
5. *Казаковцев Л.А., Гудыма М.Н., Ступина А.А., Кириллов Ю.И.* Задача выбора оптимального размещения элементов беспроводной сети // Научное обозрение. Технические науки. 2014. № 1. С. 176–176.

МЕТОД МАЛОГО ПАРАМЕТРА В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ НА ТРАЕКТОРИЯХ ВОЗМУЩЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.И. Калинин, Л.И. Лавринович

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
{kalininai, lavrinovich}@bsu.by

Многие прикладные задачи оптимального управления в своих математических моделях содержат малые параметры, причем, зачастую модели существенно упрощаются (понижается порядок дифференциальных уравнений, исчезают сложные члены и т.п.), если положить эти параметры равными нулю. В таких случаях целесообразно использовать асимптотические методы, основное достоинство которых состоит в том, что при их применении исходные задачи, которые принято называть возмущенными, сводятся к коррекции решений более простых задач оптимального управления.

В частности, выигрыш от применения асимптотических методов к задачам оптимизации квазилинейных систем, содержащих малые параметры при нелинейностях, состоит, прежде всего, в том, что вместо исходных по существу нелинейных задач решаются задачи оптимизации линейных динамических систем. При применении асимптотических методов к задачам оптимизации сингулярно возмущенных систем, которые содержат малые параметры при части производных, исходные задачи оптимального управления распадаются на задачи меньшей размерности. Такая декомпозиция позволяет эффективно решать задачи с большим числом фазовых переменных. Кроме того, при применении асимптотического подхода удается избежать интегрирования сингулярно возмущенных систем, которые являются жесткими.

Настоящий доклад представляет собой обзор результатов, полученных для задач минимизации интегральных квадратичных функционалов на траекториях квазилинейных и сингулярно возмущенных линейных динамических систем. Эти задачи исследуются с помощью единого подхода, в основу которого положена идея конечномерной параметризации оптимальных управлений. Суть этого подхода состоит в следующем. Для многих задач оптимального управления можно указать конечномерные элементы (назовем их определяющими), по которым легко восстанавливается решение задачи, причем в возмущенных задачах, что очень существенно, они, как правило гладким образом зависят от малого параметра. К определяющим элементам, в частности, относятся точки переключения релейных управлений, начальные и конечные моменты особых и квазиособых режимов, множители Лагранжа, длительность процесса (в том случае, когда она не задана). С помощью принципа максимума [1] и условий допустимости управлений для определяющих элементов можно составить систему конечных уравнений. Формируются эти уравнения путем интегрирования прямой и сопряженной динамических систем, которые являются возмущенными. Применяя соответствующие асимптотические методы (в регулярно возмущенных задачах — классическую технику Пуанкаре, а в сингулярно возмущенных — метод пограничных функций [2]), можно разложить функции, формирующие конечные уравнения, по степеням малого параметра, а затем в условиях применимости теоремы о неявной функции методом неопределенных коэффициентов найти асимптотику определяющих элементов. Для построения асимптотических приближений заданного порядка к оптимальному управлению достаточно заменить неизвестные определяющие элементы их асимптотическими приближениями соответствующего порядка.

С помощью предложенного подхода разработаны алгоритмы построения асимптотических приближений в виде программы и обратной связи к решениям задач оптимального управления квазилинейными и сингулярно возмущенными системами с фиксированным и подвижным правым концом траекторий. Определяющими элементами в этих задачах являются начальные значения сопряженных переменных и множители Лагранжа, соответствующие в силу принципа максимума оптимальному управлению.

Библиографические ссылки

1. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983.
2. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973.

ПРЯМОЙ МЕТОД ЛЯПУНОВА В ЗАДАЧЕ О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Б.С. Калитин

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
Kalitine@yandex.by

В докладе излагается развитие и современное состояние проблем неустойчивости замкнутых инвариантных множеств динамических систем, исследуемых методом функций Ляпунова. Основополагающие концепции понятий устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости равновесия нелинейных систем дифференциальных уравнений представлены А.М. Ляпуновым в его докторской диссертации [1] в 1892 году. Для исследования проблем устойчивости он предложил использовать вспомогательные функции, среди которых две теоремы о неустойчивости [1, с. 87], [1, с. 92]. Впоследствии такой подход назвали методом функций Ляпунова или прямым методом Ляпунова.

Параллельно с глубокими и содержательными результатами метода Ляпунова развивалась качественная теория дифференциальных уравнений применительно к проблемам устойчивости движения абстрактных динамических систем. Этому предшествовала огромная исследовательская работа научной школы В.В. Немыцкого и В.В. Степанова в МГУ, научной школы Н.П. Еругина, Ю.С. Богданова и Е.А. Барбашина в Беларуси, Кишиневской научной школы К.С. Сибирского в Молдове и ряда зарубежных центров исследований. Важные достижения по развитию прямого метода содержатся в работах [4–11].

В.И. Зубов [2] продемонстрировал возможности метода функций Ляпунова в исследовании задач орбитальной устойчивости и неустойчивости замкнутого инвариантного множества динамической системы на метрическом пространстве. Он сформулировал ряд критериев качественной теории устойчивости движения, среди которых критерий устойчивости [2, с. 35] и критерий асимптотической устойчивости [2, с. 38], а также обобщение и развитие идей Н.П. Еругина [3] в исследовании дифференциальных систем на плоскости. Для изучения свойств