РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В КЛАССЕ ФУНКЦИЙ СО ЗНАЧЕНИЯМИ В ГИПЕРКОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЛАХ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ К ЗАДАЧАМ МЕХАНИКИ

Радыно Н.Я.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
mir@bsu.by

Предлагается использовать функции гиперкомплексного переменного для описания движения механической системы. Рассматриваемый подход основан на идее, предложенной в работах [1, 2]. Оказывается, что движение многих, классических механических систем с n степенями свободы можно описать с помощью дифференциального уравнения $dq = f(q)g(t)\,dt$, q – гиперкомплексная переменная, характеризующая состояние системы, t – время, f – функция гиперкомплексного переменного, g – функция времени.

Вся информация о движении системы заключается в переменной q и в функциях $f(q)$, $g(t)$. Извлечь эту информацию можно, вычислив первообразную функции $1/f(q)$ по q и первообразную функции $g(t)$. Для многих механических систем $f(q) = q$. Вид $g(t)$ зависит от потенциальной энергии системы и начальных условий. В этой связи, часто для решения уравнений движения приходится вычислять логарифмы от гиперкомплексных чисел или использовать аналоги формул Эйлера для таких чисел.

Приводятся примеры механических систем, движение которых описывается указанным образом. В качестве примеров рассматриваются задача о падении тела, малые колебания плоского маятника, малые колебания сферического маятника, колебания нелинейного маятника, задача Кеплера.

Литература

1. Радыно Н.Я. *О функциях гиперкомплексного переменного и их применении к описанию движения* // Тр. XII Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям (Еругинские чтения–2007)ю Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2007. С. 133–140.

2. Радыно Н.Я. *О функциях гиперкомплексного переменного и их применении к интегрированию систем дифференциальных уравнений в замкнутом виде* // Вестн. Белорус. го. ун-та. Сер. 1. 2008. № 1. С. 83–88.

ОБ ЭЛЕКТРОННЫХ УЧЕБНО–МЕТОДИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСАХ ДИСЦИПЛИН АЛГЕБРО–ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ЦИКЛА

Размыслович Г.П., Филипцов А.В.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
{razmysl,filiptsov}@bsu.by

Геометрия и алгебра, наряду с математическим анализом, являются базовыми математическими дисциплинами. Методы, излагаемые при изучении геометрии и алгебры, используются в дальнейшем в учебных дисциплинах «Дифференциальные уравнения», «Вычислительные методы алгебры», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации» и др. Поэтому на факультете прикладной математики и информатики БГУ на всех специальностях, по которым ведется обучение, на первом курсе изучаются дисциплины алгебро-геометрического цикла:

– «Геометрия и алгебра»на специальностях 1–31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)», 1–31 03 04 «Информатика», 1–31 03 05 «Актуарная математика», 1–31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», 1–98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)»

– «Аналитическая геометрия» и «Алгебра и теория чисел» на специальности 1–31 03 07 «Прикладная информатика (по направлениям)».

В рамках этих дисциплин студенты изучают аналитическую геометрию, основы высшей алгебры, линейную алгебру, а также на специальности «Прикладная информатика» элементы теории чисел.

В целях информационно-методического обеспечения преподавания указанных выше дисциплин для каждой из них авторами доклада были разработаны электронные учебно-методические комплексы (ЭУМК).

Каждый ЭУМК представляет собой pdf–файл, который размещен в электронной библиотеке БГУ.

ЭУМК включает в себя разделы «Введение», «Теоретический материал», «Задачи и упражнения», «Основные понятия», «Типовая программа», «Литература».

Раздел «Введение» содержит краткую аннотацию ЭУМК и информацию о навигации по ЭУМК.

Раздел «Теоретический материал» представляет собой учебное пособие, охватывающее все разделы учебной программы.

В разделе «Задачи и упражнения» все задания структурированы по разделам курса и снабжены ответами, а некоторые из них-решениями.

Раздел «Основные понятия» содержит гиперссылки на страницы теоретического материала, в котором вводятся рассматриваемые понятия.

Раздел «Типовая программа» содержит типовую программу дисциплины для вышеуказанных специальностей.

Раздел «Литература» содержит список рекомендуемых учебников и учебных пособий.

Перемещение по ЭУМК осуществляется с помощью средств навигации, описываемых далее.

В левой части страницы текста ЭУМК находится панель навигации, в которой на вкладке «закладки» все иерархически организованные материалы ЭУМК представлены в виде дерева. В правом окне по одной странице отображается содержание статей ЭУМК. Все разделы, помеченные знаком «+», могут быть раскрыты для чтения подразделов. Используя окно навигации, можно увидеть структуру ЭУМК и перемещаться по его разделам.

Все учебные материалы связаны между собой системой ссылок. Все гиперссылки набраны в тексте прямым шрифтом и выделены синим цветом. Различаются следующие виды ссылок:

– ссылки раздела «*Теоретический материал*» ведут к статьям, в которых вводится рассматриваемое понятие или утверждение;

– ссылки раздела «*Задачи и упражнения*» ведут к решениям и ответам рассматриваемых заданий;

– ссылки раздела «*Основные понятия*» ведут к статьям теоретического материала, в котором вводится данное понятие.

Верхний колонтитул каждой страницы текста ЭУМК снабжен дополнительными элементами навигации:

– кнопки «Назад» и «Вперед» служат для перехода по истории просмотра;

– навигационное меню состояния показывает, в каком разделе документа находится пользователь, и позволяет осуществлять быстрый переход на разделы высших уровней путем нажатия на соответствующие гиперссылки.

– кнопка «Вверх» служит для быстрого перехода к разделу уровня на единицу выше;

– кнопки «Главная», «Понятия» и «Помощь» служат для быстрого перехода к главной странице, разделу «Основные понятия» и разделу «Введение» соответственно;

– стрелки «Страницы» позволяют переходить на следующую/предыдущую страницу документа. Отметим, что при использовании Acrobat Reader эти функции можно выполнить клавишами курсоров, а также клавишами [Page Up] и [Page Down].

Все описанные выше электронные учебно-методичсекие комплексы были депонированы в БГУ [1–3].

Литература

1. Алгебра и теория чисел: электронный учебно-методический комплекс для специальности 1-31 03 07 «Прикладная информатика (по направлениям)» / БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. высшей математики; сост.: Г. П. Размыслович, А. В. Филипцов. – Мн.: БГУ, 2019. – 1809 с. : ил. – Библиогр.: с. 1807–1809, – Деп. в БГУ 23.05.2019, №006423052019, – Режим доступа: http://elib.bsu.by/handle/123456789/219726, – Дата доступа: 24.05.2019.

2. Аналитическая геометрия: электронный учебно-методический комплекс для специальности 1-31 03 07 «Прикладная информатика (по направлениям)» / БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. высшей математики; сост.: Г. П. Размыслович, А. В. Филипцов. - Мн.: БГУ, 2019.-961 с.: ил.-Библиогр.: с. 960, – Деп. в БГУ 23.05.2019. №006323052019, – Режим доступа: https://elib.bsu.by/handle/123456789/219719, – Дата доступа: 24.05.2019.

3. Геометрия и алгебра: электронный учебно-методический комплекс для специальностей: 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)», 1-31 03 04 «Информатика», 1-31 03 05 «Актуарная математика», 1-31 03 06-01 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» / БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. высшей математики; сост.: Г. П. Размыслович, А. В. Филипцов.-Мн.: БГУ, 2020.-2803 с.: ил.-Библиогр.: с. 2802-2803, – Деп. в БГУ 21.05.2020, №005321052020, – Режим доступа: https://elib.bsu.by/handle/123456789/242860, – Дата доступа: 21.05.2020.

ЗАДАЧИ О МАКСИМИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЯХ ЭКОНОМИКИ

Родина Л.И.

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва, Россия
LRodina1967@mail.ru

Рассматриваются задачи на экстремум, связанные с изучением спроса на товары и определением цен, при которых достигается максимальная прибыль от реализации продукции. Отметим, что некоторые простейшие задачи о формировани цен на товары или услуги можно найти в учебных пособиях по экономике [1, 2]. Здесь мы рассматриваем задачи, в которых величина спроса зависит от случайных воздействий.

Напомним известные определения, необходимые для дальнейшей работы. *Спрос* характеризует желание и готовность потребителя приобрести определенное количество товара при некоторых заданных условиях. Величина спроса – максимальное количество экономического блага (товара), которое потребители желают и готовы купить при данном значении цены в определенный период времени (см, например, [1]). Пусть x – цена единицы товара, $Q(x)$ – величина спроса при данном значении x. Рассматривая $Q(x)$ при различных значениях $x \geqslant 0$, получаем функцию спроса. Считается, что зависимость $Q(x)$ должна удовлетворять закону спроса: *при повышении цены товара величина спроса сокращается, то есть существует отрицательная зависимость между ценой товара и величиной спроса.* Поэтому $Q'(x) \leqslant 0$ при всех допустимых значениях x. Обозначим через $D(x) = xQ(x)$ доход от продажи товара.

Рассмотрим задачу о максимизации математического ожидания прибыли в случае, когда функция спроса является случайной величиной. Нужно установить такую цену билета, чтобы математическое ожидание прибыли $M(D(x)) = M(xQ(x))$ было максимальным.

1 случай. Количество товара не ограничено. Предположим, что функция спроса линейная: $Q = Ax + B$, где $A < 0$, $B > 0$ – некоторые случайные величины с математическими ожиданиями $MA = a < 0$ и $MB = b > 0$ соответственно. Тогда

$$M(D(x)) = M(Ax^2 + Bx) = ax^2 + bx.$$

Несложно показать, что математическое ожидание $M(D(x))$ достигает максимального значения $M(D(x^*)) = -b^2/(2a)$ при $x^* = -b/(2a)$.

2 случай. Имеется ограниченное количество товара. Предположим, что количество товара ограничено и равно m (например, число проданных билетов на поезд ограничено количеством мест). Рассмотрим функцию спроса вида $Q = \dfrac{K}{x^2}$, где $x > 0$, K – непрерывная случайная величина с плотностью $f(s)$, сосредоточенная на $[0, \infty)$. Определим случайную величину $\widetilde{D}(x) = \min\{K/x, mx\}$ как доход от продажи товара, если его цена равна x. Отметим, что $\widetilde{D}(x)$ является случайной величиной смешанного типа, ее функция распределения $G(s)$ при $s < mx$ непрерывна, а в точке $s = mx$ имеет скачек, величина которого равна вероятности $P(\widetilde{D}(x) = mx) = P(K \geqslant mx^2)$. Поэтому математическое ожидание дохода от продажи товара равно

$$M\widetilde{D}(x) = mxP(K \geqslant mx^2) + \frac{1}{x}\int_0^{mx^2} sf(s)\,ds. \tag{1}$$

Пусть K имеет равномерное распределение на отрезке $[k_1, k_2]$, $0 < k_1 < k_2$. Найдем $M\widetilde{D}(x)$ при различных ценах на билеты $x > 0$. Пусть сначала $mx^2 \leqslant k_1$. Тогда при любых значениях K функция спроса удовлетворяет неравенству $Q = K/x^2 \geqslant k_1/x^2 \geqslant m$ и $M\widetilde{D}(x) = mx$. Рассмотрим случай $k_1 < mx^2 \leqslant k_2$. Поскольку K имеет равномерное распределение, то

$$P(Q \geqslant m) = P(K \geqslant mx^2) = \frac{k_2 - mx^2}{k_2 - k_1}.$$