

В существующих учебных пособиях по дифференциальным уравнениям дальнейшие возможности метода неопределенных коэффициентов не обсуждаются. Представляет несомненный интерес указание (а также поиск) других случаев применения этого метода. В связи с этим приведем пример задания, которое – полностью или частично – можно предлагать студентам, проявляющим интерес к дифференциальным уравнениям.

Пусть $k, a, b, \alpha_1, \alpha_2$ – заданные числа. Докажите, что для уравнений

$$1) y'' + 3ky' + 2k^2y = a \cos e^{kx} + b \sin e^{kx} \quad (k \neq 0);$$

$$2) y'' + 3ky' + 2k^2y = \frac{a + be^{2kx}}{(1 + e^{2kx})^2} \quad (k \neq 0);$$

$$3) y'' + (1 - 2k)y' + k(k - 1)y = e^{(k+1)x}(a \cos e^x + b \sin e^x);$$

$$4) y'' - 2ky' + k^2y = e^{kx}(ax^{\alpha_1} + bx^{\alpha_2}), \quad (\alpha_1, \alpha_2 \neq -1, -2)$$

частное решение y_* может быть найдено в виде соответственно в виде

$$1) y_* = e^{-2kx}(a_1 \cos e^{kx} + b_1 \sin e^{kx});$$

$$2) y_* = e^{-kx}(a_1 \operatorname{arctg} e^{kx} + b_1 e^{-kx} \ln(e^{2kx} + 1));$$

$$3) y_* = e^{(k-1)x}(a_1 \cos e^x + b_1 \sin e^x);$$

$$4) y_* = e^{kx}x^2(a_1x^{\alpha_1} + b_1x^{\alpha_2}),$$

где a_1, b_1 – постоянные коэффициенты. Для этого считайте коэффициенты вначале неопределенными, а затем выведите для них формулы. Используя полученные формулы, запишите общие решения уравнений

$$1) y'' + 9y' + 18y = 7 \cos e^{3x} - 4 \sin e^{3x};$$

$$2) y'' + 3y' + 2y = \frac{1 - 2e^{2x}}{(1 + e^{2x})^2};$$

$$3) y'' - 7y' + 12y = e^{5x}(\cos e^x + \sin e^x);$$

$$4) y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x}).$$

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ГИЛЬБЕРТОВЫ ПРОСТРАНСТВА И АППРОКСИМАЦИЯ» ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Дайняк В.В., Чеб¹

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
{dainyak, cheb}@bsu.by

Функциональный анализ является необходимым элементом современного серьезного математического образования. Дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» читается авторами на факультете прикладной математики и информатики БГУ на протяжении длительного времени. В последние годы студенты теряют интерес к изучению фундаментальных дисциплин, если они не видят практическое применение полученных знаний. Для повышения эффективности обучения и его профессиональной направленности, повышения мотивации к изучению функционального анализа студентами при рассмотрении основных разделов курса нужно отталкиваться от рассмотрения задач прикладного характера. В процессе обучения студент должен получить первичный опыт применения знаний на практике. Тема «Гильбертовы пространства и аппроксимация» изучается в рамках курса «Функциональный анализ и

интегральные уравнения» как один из модулей, посвященный пространствам наряду с метрическими и банаховыми пространствами. Гильбертовы пространства играют важную роль как в самом функциональном анализе, так и в различных его приложениях, включая дифференциальные уравнения, цифровая обработка информации и другие области.

В лекционном курсе студенты знакомятся с теоретическим материалом, в котором излагаются такие вопросы, как построение элемента наилучшей аппроксимации элементами подпространства гильбертова пространства, его связь с проекцией, построение проекции в конкретных гильбертовых пространствах. Далее излагается теория рядов Фурье. Значительное внимание уделено разнообразию полных ортонормированных систем: тригонометрических, полиномиальных и ступенчатых. На практических занятиях проводится закрепление теоретического материала для решения прикладных задач. Так, студенты в весовых пространствах квадратично суммируемых функций отрабатывают построение таких полиномиальных базисов, как полиномы Лежандра, Чебышева первого и второго рода, которые затем применяются для решения дифференциальных уравнений. Однако основное внимание уделяется вопросам аппроксимации функции с помощью рядов Фурье. Задачи подобраны таким образом, чтобы показать особенности сходимости рядов Фурье. На примере разложения в тригонометрический ряд Фурье функции с разрывами первого рода, студентам предлагается оценить погрешность аппроксимации функции по неравенству Бесселя, показать поведение частной суммы ряда Фурье в окрестности точки разрыва. Тем самым студенты должны представлять себе, чем обоснован эффект Гиббса, который возникает в прикладных задачах обработки изображений. При организации учебного процесса студентами используется электронный учебно-методический комплекс по курсу лекций, слайды к лекционному курсу и методические разработки для проведения практических занятий и самостоятельной работы студентов [1–3].

Литература

1. Дайняк В.В., Чеб Е.С. *Гильбертовы пространства и аппроксимация*: метод. указ. к практическим занятиям. Мн.: БГУ, 2020.
2. Чеб Е. С. *Функциональный анализ и интегральные уравнения*: электронный учебно-метод. комплекс для специальности: 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям). Мн.: БГУ, 2020. – 201 с. № 006923062020. Деп. в БГУ 23.06.2020.
3. Чеб Е.С. *Интегральные преобразования*: учеб. материалы. В 2-х ч. Ч. 1. Мн.: БГУ, 2018.

О ДОПОЛНЕНИИ К МЕТОДИКЕ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ» НА ФАКУЛЬТЕТЕ РАДИОФИЗИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Деревяго А.Н., Егоров А.А.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
dzeraviahA@bsu.by; andreyegorov69@gmail.com

Программа дисциплины «Методы математической физики», традиционно преподаваемой на факультете радиофизики и компьютерных технологий БГУ, предполагает проведение практических занятий по применению метода Фурье решения краевых за-