Случай $\operatorname{rank}(G_1'|c_1) = n < m+1$ исследуется аналогично, но вместо аппроксимации $X_1(\alpha)$ строится аппроксимация множества

$$\Xi_1(\alpha) = \Big\{(\xi_0, \xi) \in \mathbb{R}^{m+1} : \exists u_1(\cdot) \in U_1, \quad g_{\min} + \gamma \leqslant \xi + \sum_{t \in \Delta_1} HA^{T-t-1}u_1(t) \leqslant g_{\max} - \gamma,$$

$$\xi_0 + \sum_{t \in \Delta_1} c'A^{T-t-1}D(t)u_1(t) \leqslant \alpha - \gamma_0\Big\},$$

где

$$\gamma(\tau) = (\gamma_i(\tau), \quad i = 1, \ldots, m), \quad \gamma_i = w_{\max} \sum_{t=0}^{T-\tau-1} \|h_i'A^tM\|_1, \quad \gamma_0 = w_{\max} \sum_{t=0}^{T-\tau-1} \|c'A^tM\|_1.$$

Результирующая в этом случае задача линейного программирования также имеет общий вид (6), однако правила вычисления матрицы P_1, векторов f_0 и λ отличны.

Литература

1. Балашевич Н.В., Габасов Р., Кириллова Ф.М. *Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью* // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2004. № 44 (2). С. 265–286.

2. Дмитрук Н.М. *Оптимальная стратегия с одним моментом замыкания в линейной задаче оптимального гарантированного управления* // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2018. № 58 (2). С. 664–681.

3. Kostyukova O., Kostina E. *Robust optimal feedback for terminal linear-quadratic control problems under disturbances* // Math. Programming. 2006. № 107 (1–2). P. 131–153.

УПРАВЛЯЕМОСТЬ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО СОСТОЯНИЮ ДЕСКРИПТОРНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ РЕГУЛЯТОРОМ

Крахотко В.В., Размыслович Г.П.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
{Krakhotko,razmysl}@bsu.by

В теории оптимального управления одной из важных проблем является проблема управляемости динамических систем. В теории управляемости динамических систем управления, как правило, выбираются из различных классов функций: кусочно-непрерывные, кусочно-линейные, кусочно-постоянные, релейные и т.д. Особый интерес представляют управления, которые генерируются с помощью дифференциальных регуляторов [1]. В докладе рассматривается задача относительной управляемости линейной системы с запаздыванием по состоянию с помощью дифференциального дескрипторного регулятора.

Рассмотрим систему управления

$$\dot{x} = Ax(t) + A_1x(t-h) + Bu(t), \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

с начальным условием

$$x_0(\cdot) = \{x(t) = \varphi(\tau), \quad \tau \in [-h, 0), \quad x(0) = x_0\}, \tag{2}$$

где $x, x_0 \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^r$, A, A_1, B – постоянные матрицы соответствующих размеров, $h > 0$ –постоянное число(запаздывание), $\varphi(\tau)$ –кусочно-непрерывная функция.

Определение 1. Система (1) называется относительно управляемой, если для любого начального состояния (2), существуют момент времени $t_1 > 0$ $(t_1 < +\infty)$ и кусочно-непрерывное управление $u(t)$, $t \in [0, t_1]$ такие, что траектория $x(t)$, $t \in \in [0, t_1]$, системы (1) обладает свойством $x(t_1) = 0$.

Известен [2] критерий относительной управляемости системы (1):

$$\operatorname{rank}\{X_k(t), k = \overline{1, n}, t = 0, 1, \ldots, p\} = n, \tag{3}$$

где $p = [t_1/h]$, $X_k(t)$ – решение определяющего уравнения

$$X_{k+1}(t) = AX_k(t) + A_1 X_k(t-h) + BU_k(t),$$

с начальным условием $X_1(0) = B$, $X_k(t) = 0$, $k < 0$ либо $t < 0$.

Пусть сейчас управление строится по выходному сигналу

$$u(t) = c'y(t), \quad t \geqslant 0, \tag{4}$$

дескрипторной системы

$$D_0 \dot{y} = Dy, \quad y(0) = y_0, \tag{5}$$

где $c, y, y_0 \in \mathbb{R}^n$, D_0, D – заданные $n \times n$ матрицы.

Определение 2. Систему (1) назовем управляемой дескрипторным динамическим регулятором (5), если существует момент времени t_1 $(0 < t_1 < +\infty)$ такой, что для любого начального состояния (2) найдется начальное состояние регулятора (5), что состояние $x(t)$, $t \geqslant 0$, системы (1), соответствующее управлению (4), обладает свойством $x(t_1) = 0$.

Запишем решение системы(1) в момент времени t_1 с учетом (4),(5). Для простоты считаем $\varphi(\tau) \equiv 0$, $\tau \in [-h, 0)$.

Имеем

$$x(t_1) = F(t_1, 0)x_0 + \int\limits_0^{t_1} F(t_1, \tau)Bc'e^{D_0^d D t} y_0 \, d\tau,$$

где $F(t, \tau)$ – фундаментальная матрица решений однородной системы (1), D_0^d – обратная Дразина для матрицы D_0.

Отсюда, учитывая результаты работ [1, 3], верна следующая теорема.

Теорема. *Для управляемости системы* (1) *дескрипторным динамическим регулятором* (5) *необходимо и достаточно, чтобы система* (1) *была относительно управляема и выполнялось условие*

$$\operatorname{rank}\{c'D_0^d D_0, c'D_0^d K D_0, \ldots, c'D_0^d K^{n-1} D_0\} = n,$$

где $K = DD_0^d$.

Литература

1. Игнатенко В.В. *Управляемость систем нейтрального типа со многими входами группой обыкновенных динамических регуляторов* // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1976. № 3. С. 24–33.

2. Габасов Р.Ф., Кирилова Ф.М., Крахотко В.В. *Управляемость линейных стационарных систем* // Докл. АН СССР. 1972. Т. 203. № 3. С. 537–539.

3. Шкляр Б.Ш. *К проблеме относительной управляемости систем с отклоняющимся аргументом нейтрального типа* // Дифференц. уравнения. 1974. Т. 10. № 8. С. 1443–1450.

ОДИН МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ БЕЗ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ СИСТЕМЫ

Манжулина Е.А., Дмитрук Н.М.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
{fpm.manzhuli,dmitrukn}@bsu.by

Рассмотрим линейную стационарную дискретную систему G вида

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0, \tag{1}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \quad t = 0, \ldots, T-1.$$

Здесь $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ – состояние системы, управление и выходной сигнал в момент времени t, (A, B) – управляема, (A, C) – наблюдаема.

Траекторией системы G будем называть пару $\{u, y\} = \{u(t), y(t)\}_{t=0}^{T-1}$, удовлетворяющую (1) при некотором начальном состоянии $x(0) \in \mathbb{R}^n$. В каждом конкретном процессе управления реализуется некоторая траектория $\{u^p, y^p\} = \{u^p(t), y^p(t)\}_{t=0}^{T-1}$ системы G, которая определяется реализовавшимся, наблюдателю неизвестным начальным состоянием $x_0^p \in X_0 = \{x \in \mathbb{R}^n : x_{\min} \leqslant x \leqslant x_{\max}\}$ и поданным на вход системы (1) управлением u^p. Будем считать, что в процессе управления доступны лишь неточные измерения выходных сигналов вида

$$\tilde{y}^p(t) = y^p(t) + \xi(t), \quad t = 0, \ldots, T-1,$$

где $\xi(t) \in \Xi = \{\xi \in \mathbb{R}^p : \|\xi\|_\infty \leqslant \varepsilon\}$ – неизвестная ограниченная ошибка измерения в момент времени t.

Поставим задачу о минимизации функционала

$$J(u) = \sum_{t=0}^{T-1} \|u(t)\|^2$$

на траекториях системы (1) при ограничениях на управления

$$u(t) \in U = \{u \in \mathbb{R}^m : u_{\min} \leqslant u \leqslant u_{\max}\}$$

и выходные сигналы

$$y(t) \in Y(t) = \{y \in \mathbb{R}^p : G(t)y \leqslant g(t)\},$$