В [4] для нечетного r установлена r-разрешимость группы с $\mathbb{P}$-субнормальной силовской r-подгруппой. Несложно проверить, что в простой группе G силовская r-подгруппа сильно пермутируема и $\mathbb{P}$-субнормальна тогда и только тогда, когда $r = 2$ и $G \cong L_2(7)$.

Литература

1. Weinstein M. Between Nilpotent and Solvable. Polygonal. Passaic, N. J. 1982.
2. Васильев А. Ф., Васильев В. А., Васильева Т. И. *О пермутируемых подгруппах конечных групп* // Сиб. матем. журн. 2014. Т. 55. № 2. С. 285–295.
3. Васильев А. Ф., Васильева Т. И., Тютянов В. Н. *О конечных группах сверхразрешимого типа* // Сиб. матем. журн. 2010. Т. 51. № 6. С. 1270–1281.
4. Kniahina V. N., Monakhov V. S. *Finite groups with $\mathbb{P}$-subnormal Sylow subgroup* // Ukr. Mat. Zh. 2020. Vol. 72. № 10. P. 1365–1371.

О МИНИМАЛЬНЫХ σ-ЛОКАЛЬНЫХ НЕ $\mathfrak{N}_\sigma$-ФОРМАЦИЯХ

Сафонова И.Н.[1]

[1]Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь safonova@bsu.by

Все рассматриваемые группы являются конечными. Пусть $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ — некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$, G — группа. Тогда $\sigma(G) = \{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(|G|) \neq \emptyset\}$. Группа G называется [1]: σ-примарной, если G является σ_i-группой для некоторого i; σ-нильпотентной, если каждый главный фактор H/K группы G является σ-центральным в G, то есть полупрямое произведение $(H/K) \rtimes (G/C_G(H/K))$ является σ-примарным; σ-разрешимой, если $G = 1$ или $G \neq 1$ и каждый главный фактор G является σ-примарным. Классы всех σ-нильпотентных и всех σ-разрешимых групп обозначают через $\mathfrak{N}_\sigma$ и $\mathfrak{S}_\sigma$ соответственно. Функция f вида $f : \sigma \to \{\text{формации групп}\}$ называется формационной σ-функцией [2]. Всякая формационная σ-функция f определяет класс групп $LF_\sigma(f)$:

$$LF_\sigma(f) = (G \mid G = 1 \text{ или } G \neq 1 \text{ и } G/O_{\sigma_i',\sigma_i}(G) \in f(\sigma_i) \text{ для всех } \sigma_i \in \sigma(G)).$$

Если для формации $\mathfrak{F}$ имеет место равенство $\mathfrak{F} = LF_\sigma(f)$, то $\mathfrak{F}$ называют σ-локальной, а формационную σ-функцию f — σ-локальным определением формации $\mathfrak{F}$.

Пусть $\mathfrak{H}$ — некоторый класс групп. Тогда σ-локальную формацию $\mathfrak{F}$ будем называть $\mathfrak{H}_{l_\sigma}$-критической (или минимальной σ-локальной не $\mathfrak{H}$-формацией), если $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$, но все собственные σ-локальные подформации из $\mathfrak{F}$ содержатся в классе групп $\mathfrak{H}$. В частности, если $\mathfrak{H} = \mathfrak{N}_\sigma$ — формация всех σ-нильпотентных групп, то $\mathfrak{H}_{l_\sigma}$-критическую формацию $\mathfrak{F}$ будем называть $(\mathfrak{N}_\sigma)_{l_\sigma}$-критической или минимальной σ-локальной не $\mathfrak{N}_\sigma$-формацией.

Изучение $\mathfrak{H}_{l_\sigma}$-критических формаций начато в работе [3], где, в частности, получено описание минимальных σ-локальных не $\mathfrak{S}_\sigma$-формаций. В этом направлении доказана следующая

Теорема. *Пусть $\mathfrak{F}$ — σ-локальная формация, $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{N}_\sigma$. Тогда и только тогда $\mathfrak{F}$ — минимальная σ-локальная не $\mathfrak{N}_\sigma$-формация, когда $\mathfrak{F} = l_\sigma\mathrm{form}(G)$, где G — такая монолитическая группа с монолитом $P = G^{\mathfrak{N}_\sigma}$, что выполняется одно из следующих условий:*

(1) $G = [P]Q$, где $P = C_G(P)$ — самоцентрализуемая минимальная нормальная p-подгруппа группы G, $p \in \sigma_i$, Q — простая σ_j-группа, $j \neq i$, при этом если Q — неабелева группа, то $|\sigma_j| \geq 3$;

(2) $G = [P]Q$, где P — неабелева σ_i-группа, $|\sigma_i| \geq 3$, Q — простая σ_j-группа, $j \neq i$, при этом, если Q — неабелева группа, то $|\sigma_j| \geq 3$;

(3) $G = P$ — простая не σ-примарная группа.

Работа выполнена в рамках задания Государственной программы научных исследований “Конвергенция-2025” при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (проект 20211328).

Литература

1. Skiba A.N. *On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups* // J. Algebra. 2015. V. 436. P. 1–16.

2. Skiba A.N. *On one generalization of the local formations* // Проблемы физики, математики и техники. 2018. № 1(34). С. 79–82.

3. Сафонова И.Н. *О минимальных σ-локальных не $\mathfrak{H}$-формациях* // Проблемы физики, математики и техники. 2020. № 4(45). С. 105–112.

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С САМОНОРМАЛИЗУЕМЫМИ И АБСОЛЮТНО ФОРМАЦИОННО СУБНОРМАЛЬНЫМИ ПОДГРУППАМИ

Сохор И. Л.[1]

[1]Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина,
бульвар Космонавтов 21, 224016 Брест, Беларусь
irina.sokhor@gmail.com

Рассматриваются только конечные группы. Запись $Y \lessdot X$ означает, что Y — максимальная подгруппа группы X; $Y_X = \bigcap_{x\in X} Y^x$ — ядро подгруппы Y в группе X. Формацию $\mathfrak{F}$ называют *формацией с условием Шеметкова* или кратко *$\check{S}$-формацией*, если каждая минимальная не $\mathfrak{F}$-группа является группой Шмидта или группой простого порядка. Подгруппу H группы G называют 2-*максимальной*, если в группе G существует максимальная подгруппа M, содержащая H, такая что H — максимальная подгруппа в M.

Пусть $\mathfrak{F}$ — формация, G — группа, H — подгруппа группы G. Подгруппа H называется *$\mathfrak{F}$-субнормальной*, если $G = H$ или существует такая цепочка подгрупп

$$H = H_0 \lessdot\ H_1 \lessdot\ \ldots \lessdot H_n = G,$$

что $H_i/(H_{i-1})_{H_i} \in \mathfrak{F}$ для всех i.

Группы с $\mathfrak{F}$-субнормальными примарными подгруппами для различных формаций $\mathfrak{F}$ исследовались в работах [1-5].

Следуя [6], подгруппу H группы G будем называть *абсолютно $\mathfrak{F}$-субнормальной* в G, если любая содержащая ее подгруппа $\mathfrak{F}$-субнормальна в G. Для наследственной формации $\mathfrak{F}$ каждая подгруппа группы G, содержащая ее $\mathfrak{F}$-корадикал $G^{\mathfrak{F}}$, будет абсолютно $\mathfrak{F}$-субнормальной.

Теорема. *Пусть $\mathfrak{F}$ — наследственная насыщенная $\check{S}$-формация, содержащая все нильпотентные группы, и пусть G — группа такая, что $G \notin \mathfrak{F}$. Тогда следующие утверждения эквивалентны:*

(1) *каждая примарная циклическая подгруппа группы G самонормализуема или абсолютно $\mathfrak{F}$-субнормальна в G;*

(2) *каждая 2-максимальная подгруппа группы G $\mathfrak{F}$-субнормальна в G;*

(3) *каждая собственная подгруппа группы G абелева.*

Работа выполнена в рамках ГПНИ «Конвергенция–2025» (задание 1.1.02 подпрограммы 11.1 «Математические модели и методы») при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

Литература