

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Н.С. Павленок¹

¹Белорусский государственный университет, факультет прикладной математики и информатики
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
paulianok@bsu.by

В докладе исследуется линейно-квадратичная задача оптимального управления, в которой критерий качества не содержит членов с управляющими воздействиями, и на управления наложены геометрические ограничения:

$$\int_0^{t^*} \sum_{i=1}^k d_i x_i^2(t) dt \rightarrow \min, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad |u(t)| \leq L, \quad t \in T, \quad (18)$$

где $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$ — состояние системы управления в момент t ; $x_0 \in \mathbb{R}^n$ — заданное начальное состояние системы управления; $u = u(t)$ — значение управляющего воздействия; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$; $d_i \in \mathbb{R}$, $d_i > 0$, $i = \overline{1, k}$, $1 \leq k \leq n$; $L \in \mathbb{R}$, $L > 0$; $T = [0, t^*]$.

Функция $u(t)$, $t \in T$, называется а) *дискретной* (с периодом квантования h , $h = t^*/N$, $N \in \mathbb{N}$), если $u(t) = u(\tau)$, $t \in [\tau, \tau + h]$, $\tau \in T_h = \{0, h, \dots, t^* - h\}$; б) *дискретно-особой*, если она дискретна на неособых участках и непрерывна на особых [2], при этом границами особых участков являются моменты $\tau \in T_h$.

Дискретно-особое управляющее воздействие $u(t)$, $t \in T$, называется *программой*, если оно удовлетворяет ограничениям: $|u(t)| \leq L$, $t \in T$. Программа $u^0(t)$, $t \in T$, *оптимальна*, если на соответствующей ей (оптимальной) траектории $x^0(t)$, $t \in T$, критерий качества достигает минимального значения.

В классе измеримых управляющих воздействий решение задачи (18) может содержать, кроме релейно-особых, участки с режимами Фуллера [1], на которых происходят бесконечно частые переключения управляющих воздействий. Поэтому, следуя работе [3], каждый режим Фуллера заменяется на дискретно-особое управляющее воздействие, которое по значению критерия качества (при соответствующем выборе параметров метода) сколь угодно мало отличается от оптимального управляющего воздействия с режимом Фуллера. Для этого исходная линейно-квадратичная задача оптимального управления аппроксимируется кусочно-линейной, которая в свою очередь решается методом последовательных линеаризаций. В зависимости от результата решения кусочно-линейной задачи строится (с помощью процедуры доводки) оптимальное релейное управляющее воздействие или производится врезка особого участка. В [3] предложен специальный тест на наличие режима Фуллера. При его отсутствии строится оптимальное релейно-особое управляющее воздействие.

На базе результатов по программным решениям, позволяющим выявить потенциальные возможности системы управления, строится метод оптимального управления в реальном времени [4]. Все результаты иллюстрируются на численных примерах.

Литература

1. Фуллер А.Т. *Оптимизация релейных систем регулирования по различным критериям качества* // Труды I Междунар. конгресса IFAC, 1961. С. 584–605.
2. Габасов Р., Кириллова Ф.М. *Особые оптимальные управления* // М.: Наука, 1973.
3. Gabasov R., Kirillova F.M., Pavlenok N.S. *Constructing open-loop and closed-loop solutions of linear-quadratic optimal control problems* // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2008. 48(10). P. 1715–1745.
4. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Павленок Н.С. *Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний* // Доклады РАН. 444(4). С. 371–375.