Целью управления системой (17) является ее перевод с гарантией в момент T на терминальное множество $X_T = \{x \in \mathbb{R}^n : g_{\min} \le Hx \le g_{\max}\}$ и минимизация гарантированного значения терминального критерия качества $c'x(T)$, где $H \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $g_{\min}, g_{\max} \in \mathbb{R}^m$, $c \in \mathbb{R}^n$.

В работах [1, 2] было введено понятие замыкаемой обратной связи для линейных терминальных задач оптимального управления (непрерывных), аналогичных сформулированной выше. Основная идея состоит в том, что априорно учитывается информация о том, что в один или несколько будущих моментов времени станет известно состояние системы, и можно будет учесть его при вычислении нового управления. В последующем такие управления стали известны в литературе как стратегии управления.

Обобщая подходы [1, 2], в работе [3] предложены две формулировки задач оптимального управления, обеспечивающие выполнение поставленной выше цели:

1) задача построения оптимальной гарантирующей программы управления $u^0(\cdot)$ и

2) задача построения оптимальной стратегии управления π_1^0 с одним моментом замыкания $T_1 \in \{1,\dots,T-1\}$, как двухуровневая задача оптимизации.

В работе [3] также предложен новый алгоритм вычисления оптимальных стратегий, основанный на сведении двухуровневой задачи 2) к задаче линейного программирования. Новые результаты работы [3], в отличие от [1, 2], позволяют получить оценки улучшения гарантированного значения критерия качества на оптимальной стратегии в сравнении с оптимальной гарантирующей программой. А именно, если $J(u^0)$ — оптимальное значение критерия качества на оптимальной гарантирующей программе, а $V(\pi_1^0)$ — оптимальное значение на стратегии, то с использованием результатов теории двойственности удается построить нижние и верхние оценки в виде $\delta_{\min} \le J(u^0) - V(\pi_1^0) \le \delta_{\max}$. Точные выражения для $\delta_{\min}$, $\delta_{\max}$ не приводятся в связи с ограниченным объемом. Отметим, что для их вычисления необходимо только знание решения двойственной задачи, соответствующей задаче 1) построения оптимальной гарантирующей программы $u^0(\cdot)$.

Литература

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костина Е.А. *Замыкаемые обратные связи по состоянию для оптимизации неопределенных систем управления. I. Однократное замыкание* // Автоматика и телемеханика. 1996. № 7. С. 121–130.
2. Балашевич Н.В., Габасов Р., Кириллова Ф.М. *Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью* // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2004. Т. 44. № 2. С. 265–286.
3. Kastsiukevich D.A., Dmitruk N.M. *A method for constructing an optimal control strategy in a linear terminal problem* // Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics. 2021. № 2. С. 38–50.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ РЫНКА

Б.С. Калитин

Белгосуниверситет, экономический факультет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь Kalitine@yandex.by

Опыт исследований показывает, что происходящие в экономической жизни общества процессы сосуществуют в двух видах: нормально функционирующая экономическая система и экономический кризис, равновесие между спросом и предложением в товарно-денежных отношениях и хаос в ценообразовании, конкуренция фирм как форма их существования и продажа имущества фирм с молотка. Поэтому в практической деятельности регулируемой экономики возникает задача изучения рыночных отношений с учетом достижений в других науках. Важная роль отводится конкретным экономико-математическим моделям.

В докладе представлены три модели рыночных отношений, отражающие взаимодействие основных параметров конъюнктуры рынка. Первая из них является нелинейной дифференциальной моделью и описывает динамику вектора цен конкурентного рынка [1]. Модель составлена на основании разработанного понятия экономических сил основных участников рыночных отношений: производителей, потребителей и государства, в том числе учета сил конкуренции. Здесь изучены вопросы устойчивости экономического равновесия в зависимости от параметров, описывающих реакцию поведения покупателей, продавцов и влияния государственного вмешательства.

Вторая модель относится к теории фирмы и посвящена проблеме выбора предпринимателем одного из основных путей производственного развития — экстенсивного и интенсивного [2-4]. Здесь изучен потенциал выбора наилучшего варианта действий в зависимости от рынка, на котором функционирует фирма. Рассмотрена задача о возможности государственного регулирования развития предприятий.

Третья модель сформирована с учетом мотивов поведения субъектов рыночных отношений — производителей и потребителей, в зависимости от от информации о тенденции цен на товары или услуги [5]. Выявлено, что наличие такой дополнительной информации способно существенно влиять на ход договорного процесса при достижении рыночного компромисса. В частности, установлено, что активная реакция участников рынка способствует устойчивому развитию, а пассивная реакция — неустойчивому.

Литература

1. Калитин Б.С. *Математические модели экономики.* Минск, БГУ, 2004.

2. Боголюбская-Синякова Е.С., Калитин Б.С. Об экстенсивном методе производства и торговли // Экономика, моделирование, прогнозирование: сб. научн. тр. Минск: НИЭИ Мин-ва экономи-ки Респ. Беларусь, 2017. Вып. 11. С. 159-?167.

3. Боголюбская-Синякова Е.С., Калитин Б.С. Государственное регулирование дохода предпринимателя при инновационном пути развития производства // Белорусский экономический журнал. 2019. № 3. С. 115-?128.

4. Bahaliubskaya-Siniakova K.S., Kalitine B.S. The possibility of state regulation in the extensive path of development // Журнал Белорусского государственного университета. Экономика. 2019. № 1. С. 36-?45. (на англ.)

5. Калитин Б.С., Новикова Н.В. Модель товарного рынка с функциями спроса и предложения // Экономика, моделирование, прогнозирование: сб. научн. тр. Минск: НИЭИ Мин-ва экономи-ки Респ. Беларусь, 2019. Вып. 13. С. 163-?170.

РАВНОМЕРНАЯ ГЛОБАЛЬНАЯ ДОСТИЖИМОСТЬ ДИСКРЕТНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Козлов А.А.

Полоцкий государственный университет, Блохина 29, 211440 г. Новополоцк, Беларусь

a.kozlov@psu.by

Пусть $\mathbb{R}^n$ — n-мерное векторное евклидово пространство; M_{mn} — пространство вещественных $(m\times n)$-матриц со спектральной нормой; $\mathrm{M}_n := \mathrm{M}_{nn}$; $E \in \mathrm{M}_n$ — единичная матрица. Под $[k, s] \subset \mathbb{R}$, где $k, s \in \mathbb{Z}$, понимаем множество целочисленных точек вещественного отрезка $[k, s]$.

Рассмотрим линейную дискретную систему управления [1, с. 214]

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad k \in \mathbb{Z}, \tag{1}$$

в которой $\{A(k)\}_{k\in\mathbb{Z}}$, $\{B(k)\}_{k\in\mathbb{Z}}$ — ограниченные, ω-периодические последовательности соответственно $(n \times n)$- и $(n \times m)$- вещественных матриц $(\omega \in \mathbb{N} \setminus \{1\})$; $x = x(k) : \mathbb{Z} \to \mathbb{R}^n$ —