

ВВП рассматривались с 2000 по 2020 год в целом по экономике России. Вся информация для анализа была взята с сайта Федеральной службы статистики России [1–3].

Также при анализе макроэкономических показателей возникла гипотеза о наличии параболы зависимости валового регионального продукта от инвестиций. Расчеты проводились на основе статистических данных по 30 субъектам Южного федерального округа Российской Федерации. Выявленная зависимость представляет собой функцию

$$Y = 0,35324817 \cdot 10^{-5} \cdot X^2 + 5,24045667 \cdot X + 60835,84474,$$

где X — значения инвестиций, Y — значение валового регионального продукта. Оба показателя берутся в миллионах рублей. Коэффициенты корреляции — 0,977, детерминации — 0,955, и F-критерий Фишера — 288 (при табличном значении 3,34 и уровне значимости 0,05) говорят о том, что построенная функция является статистически значимой.

В ходе исследования применялся метод наименьших квадратов для построения линейной и нелинейной регрессий. Расчет коэффициентов регрессий, а также коэффициентов, характеризующих статистическую значимость построенных уравнений, осуществлялся при помощи программ **Excel** и **Maple**.

Литература

1. Валовой внутренний продукт. Годовые данные. Индексы физического объема, в % к предыдущему году. Федеральная служба государственной статистики. URL: <https://rosstat.gov.ru/accounts> (дата обращения: 26.08.2021).
2. Среднемесячная начисленная номинальная и реальная заработная плата работников организаций. Федеральная служба государственной статистики. URL: https://rosstat.gov.ru/labor_market_employment_salaries (дата обращения: 26.08.2021).
3. Отношение объема инвестиций в основной капитал к валовому региональному продукту. Эффективность экономики России. Федеральная служба государственной статистики. URL: <https://showdata.gks.ru/report/279951> (дата обращения: 27.08.2021).

ОПТИМИЗАЦИЯ И ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ В КЛАССЕ ДИСКРЕТНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Альсевич В.В.¹

¹Белорусский государственный университет, факультет прикладной математики и информатики
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
alsevichvv@mail.ru

Как известно, основным результатом классической теории оптимального управления является принцип максимума Л.С. Понтрягина. Однако, как правило, задачи рассматриваются в классах кусочно-непрерывных или измеримых управляющих воздействий.

В последние годы внимание многих исследователей обращено на оптимизацию непрерывных систем управления в классе дискретных управляющих воздействий. Отличие состоит в том, что их переключение может происходить не в любой момент времени, как у кусочно-непрерывных, а только в заданные моменты. С практической точки зрения такие управляющие воздействия более реальны. Тем более, что при численной реализации на вычислительных устройствах непрерывная задача сводится к дискретной. При этом может искажаться истинный результат.

Для задачи терминального управления обыкновенными системами в классе дискретных управлений в [1] доказано условие оптимальности в виде принципа квазимаксимума. Для задачи со специальной правой частью системы управления в [1] доказано условие оптимальности в виде дискретного принципа максимума.

Следует отметить, что исследование задач оптимального управления в классе дискретных управлений было инициировано Р.Ф. Габасовым и Ф.М. Кирилловой. И оба указанные выше результаты были получены при их непосредственном участии. Впоследствии дискретный принцип максимума был доказан для других задач, в частности, для критерия качества, зависящего от промежуточных состояний системы [2], для задачи оптимизации функции конечного состояния с терминальными ограничениями.

Впоследствии дискретный принцип максимума был доказан для задачи терминального управления системой с постоянным запаздыванием и для других задач управления системами с запаздыванием, как с постоянным, так и с переменным, удовлетворяющим простейшему ограничению [3].

В последние годы получены условия оптимальности особых дискретных управлений для различных задач, когда дискретный принцип максимума становится неэффективным (см., напр., [3]).

В данном сообщении приводятся условия оптимальности дискретных управлений для более общих задач, из которых следуют результаты, полученные ранее.

Литература

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Альсевич В.В., Калинин А.И., Крахотко В.В., Павленок Н.С. *Методы оптимизации*. Минск: Четыре четверти, 2011.
2. Альсевич В.В. *Условия оптимальности в задаче управления с функционалом, зависящим от промежуточных состояний системы, в классе дискретных управляющих воздействий* // Динамические системы, оптимальное управление и математическое моделирование: Матер. Междунар. симпозиума, посвященного 100-летию математического образования в Восточной Сибири и 80-летию со дня рождения профессора О.В. Васильева. Иркутск, 7–11 окт. 2019 г. Сб. трудов. – Иркутск: Иркутский государственный университет, 2019. С. 195–198.
3. Альсевич В.В., Цитович П.В. *Необходимые условия оптимальности особых дискретных управлений для систем с переменным запаздыванием* // Международная математическая конференция "Седьмые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям посвященные 100-летию со дня рождения профессора Ю.С. Богданова: матер. матер. Междунар. науч. конф. Минск, 1-4 июня 2021 г. - Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2021. - С. 127–129.

О МНОЖЕСТВЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ФАЗОВЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ

Гончарова М.Н.¹

¹ Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь
{m.gonchar}@grsu.by

Рассмотрим управляемый объект, поведение которого описывается нормальной системой дифференциальных уравнений второго порядка

$$\dot{y}_1 = \omega y_2, \dot{y}_2 = -\omega y_1 + v, \quad (1)$$

где $y_1(t), y_2(t)$ — фазовые координаты, описывающие положение объекта в зависимости от времени t , параметр $\omega > 0$, $(\omega; v)$ — вектор управления. Допустимым управлением является кусочно-непрерывная функция, принимающая значения из отрезка

$$V = \{(v_1; v_2) \in R^2 | v_1 = 0, -l_1 \leq v_2 \leq l_2, l_1 > 0, l_2 > 0\}.$$