

Структура и свойства свободной конвекции в цилиндрическом слое

Я.Д. Титовец, А.С. Федотов

Белорусский государственный университет, г. Минск

yoscrimmer@gmail.com

Конвективная неустойчивость, связанная с неоднородным нагревом, наблюдается во многих технических системах и представляет интерес с точки зрения теории самоорганизации. На сегодняшний день хорошо исследованы простые задачи с конвекцией между плоскими пластинами, однако в реальных инженерных системах часто встречается конвективный обмен в изогнутых и цилиндрических слоях. Примером такой системы является ускорительный комплекс NICA (Nuclotron-based Ion Collider Facility) в Дубне, нацеленный на изучение процессов, происходящих при столкновении ускоренных пучков ионов. Основную роль в исследовании играет детектор MPD (Multi-Purpose Detector). Общая мощность электроники MPD составляет более 1 МВт, что может приводить к существенному тепловыделению как внутри, так и вне объема установки. Кроме того, необходимо обеспечить термостабилизацию с целью уменьшения погрешности определения характеристик частиц. Таким образом, важным этапом оценки надежности системы является теплофизическое моделирование. Исследование подобных случаев представляет интерес как для практических приложений, так и для развития теории самоорганизующихся систем.

Для анализа динамических систем широко применим метод расчета старшего показателя Ляпунова. Наличие положительного старшего показателя Ляпунова является критерием хаоса, поэтому его определение особенно важно.

Текущая среда в конвективных потоках приходит в движение за счет силы Архимеда, возникающей из-за разницы в плотности между горячей и холодной жидкостью. Приближение Буссинеска заключается в учете зависимости плотности от температуры в виде:

$$\rho(T) = \rho_0(1 - \beta\theta), \quad (1)$$

где ρ – плотность жидкости, ρ_0 – плотность жидкости при равновесной температуре, β – коэффициент объемного расширения, θ – отклонение температуры от равновесного состояния. На расчетной области была поставлена начально-краевая задача для системы уравнений движения и теплопереноса в несжимаемой жидкости [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla P + \nu \Delta \vec{v} + \vec{g} \beta \theta \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \theta &= \chi \Delta \theta \\ \operatorname{div} \vec{v} &= 0 \end{aligned} \quad , \quad (2)$$

где $\vec{v}$ – скорость течения, P – давление, ν – кинематическая вязкость, $\vec{g}$ – ускорение свободного падения, χ – коэффициент теплопроводности.

Решение уравнений проводилось с использованием программного обеспечения COMSOL Multiphysics, которое базируется на численном решении уравнений в частных производных методом конечных элементов. Алгоритм поиска решений методом конечных элементов состоит в определении слабой формы дифференциального уравнения в частных производных, разбиении расчетной области на элементы, выборе интерполирующих решение функций на элементах, заполнении матрицы жесткости и вектора нагрузки, включении граничных условий и решении результирующей системы линейных алгебраических уравнений.

Для расчетов была выбрана дискретизация «P1 + P1», позволяющая рассчитать скорость и давление с ошибкой не хуже $O(h)$. Для температуры была выбрана линейная дискретизация (ошибка не хуже $O(h)$).

Сетка для двумерной расчетной области (рис.1а) была настроена вручную и включала в себя специальные элементы для моделирования пристеночного слоя. Отображенная сетка представлена на рис.1б. Между внешней и внутренней стенками слоя всегда находилось не менее 25 элементов, что позволяет корректно разрешить практически любые картины неустойчивости, способные повлиять на транспорт внутри слоя. Итоговая сетка включала $6,7 \cdot 10^4$ элементов.

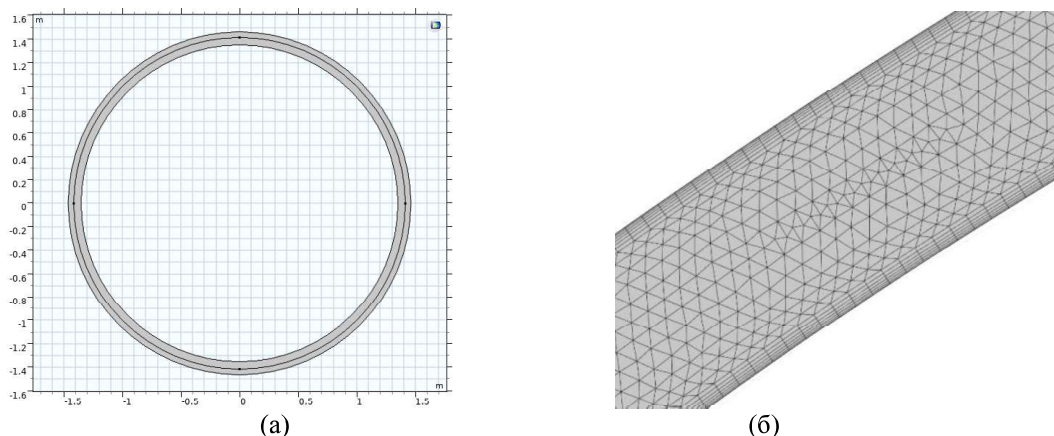


Рис. 1. Геометрические параметры модели двумерного цилиндрического слоя: (а) - расчетная область, (б) - часть расчетной области с отображенной сеткой

Сетка для трехмерной расчетной области (рис.2а) также была настроена вручную. Отображенная сетка в увеличенном виде представлена на рис.2б. Итоговая сетка включала $1,2 \cdot 10^6$ элементов, из которых $8,6 \cdot 10^5$ являлись тетраэдрами и $3,8 \cdot 10^5$ призмами.

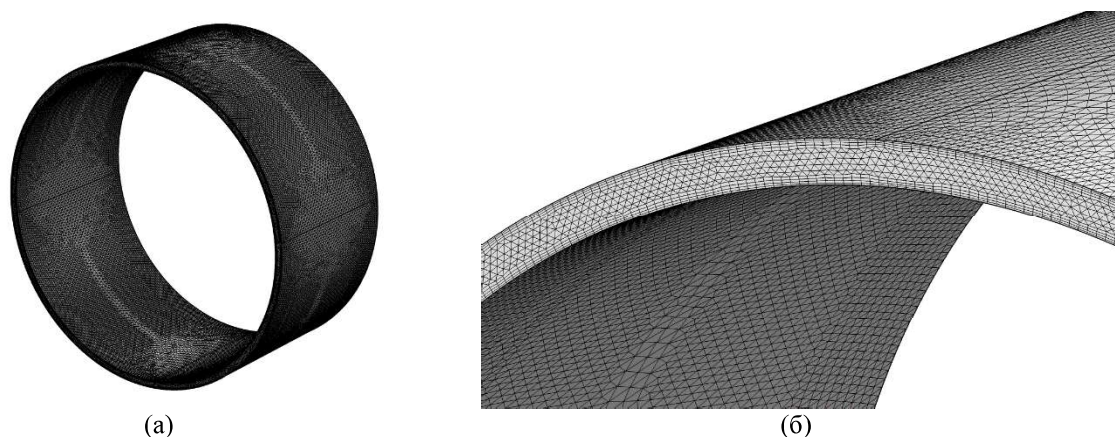


Рис. 2. Геометрические параметры модели трехмерного цилиндрического слоя: (а) - расчетная область с отображенной сеткой, (б) - часть расчетной области с отображенной сеткой

Для расчета показателя Ляпунова использовался метод трассировки частиц. В поток вводились безмассовые частицы, скорость которых в любой точке пространства совпадала со скоростью, полученной из уравнений Навье-Стокса, выбирались частицы с близкими начальными условиями отслеживалась зависимость расстояния между выбранными частицами во времени.

На рисунке 3 приведено распределение скорости в цилиндрическом слое для числа Рэлея $Ra = 2,2 \cdot 10^5$.

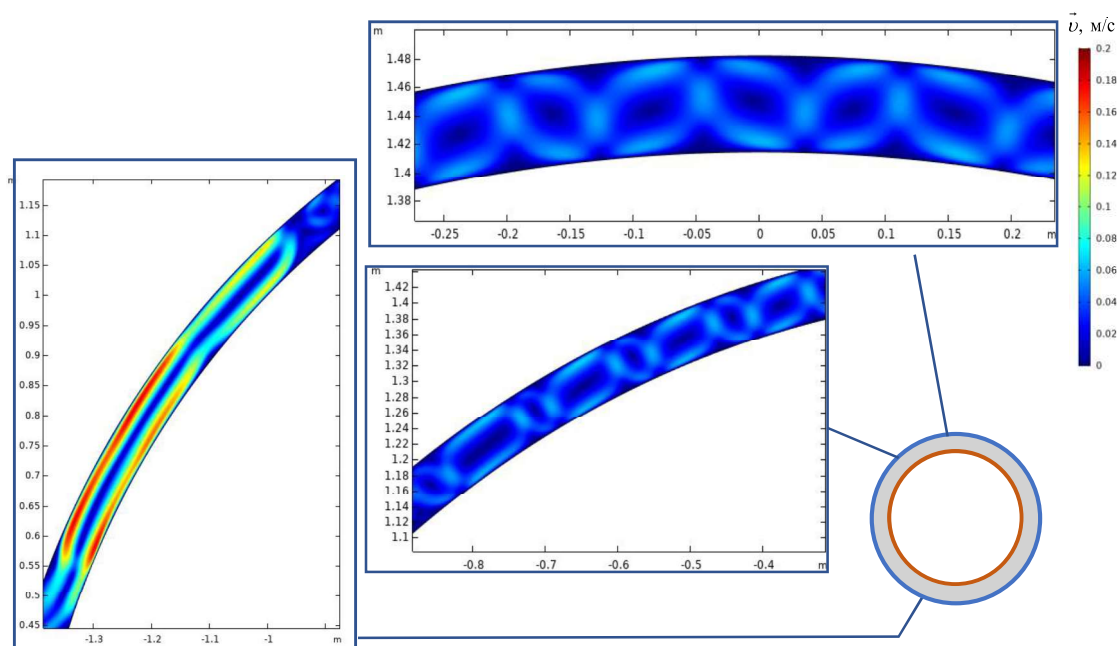


Рис. 3. Распределение скорости в различных участках цилиндрического слоя

При свободной конвекции в цилиндрическом слое систему можно разделить по характеру течения и расположению в пространстве на три области: верхняя, переходная и боковая. В верхней области наблюдается формирование устойчивых классических ячеек Бенара-Рэлея, в переходной области конвективные соседние вихри в ячейках становятся асимметричны, в боковой области наблюдается течение без формирования устойчивых структур.

Путем исследования координатных зависимостей показателя Ляпунова установлено, что участок наибольшей хаотичности совпадает с визуально наблюдаемой переходной областью. Там и достигается наиболее эффективное перемешивание в системе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fedotov, A.S. Phase trajectories of fluid control volumes in a system with Benard-Rayleigh convection / A.S. Fedotov, Y.D. Tsitavets, Y. Levy // COMSOL Conference 2020 : Technical Papers and Presentations / COMSOL, Inc. – 2020.
2. Кузнецов С.П. Динамический хаос. Москва: Физматлит, 2001. 294 с.
3. Исследование конвекции Бенара-Рэлея методом трассировки частиц / Я.Д. Титовец [и др.] // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. – 2020. – № 5. – С. 2050901.