МНОГОКОМПОНЕНТНЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ АНОМАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ДИФФУЗИИ

Н. Г. Абрашина-Жадаева, И. А. Тимощенко (Минск, Беларусь)

Для уравнений, описывающих процессы аномальной диффузии с дробной производной по времени в многомерных областях, предложены разностные схемы,основанные на расщеплении пространственного оператора $A = \sum_{\alpha=1}^{p} A_\alpha$, алгоритмизация которых предусматривает параллельные вычисления на каждом временном слое. В сеточной области $\omega_\tau = (t_j = j\tau, j = 0, 1, \dots)$ предлагается разностная схема с аппроксимацией из [1]:

$$\Delta_{0t}^{\gamma} y + \sigma(A\alpha y_\alpha^{s+1} - A_\alpha y_\alpha^s) + \sum_{\beta=1}^{p} A_\beta y_\beta^s = f, \quad \alpha = \overline{1, p}, \tag{1}$$

где $\widetilde{\Delta}_{0t}^{\gamma} u = \frac{\tau^{-\gamma}}{\Gamma(2-\gamma)}[u_j + \sum_{i=1}^{j-1} b_i u_i - b_{j-1} u_0], \qquad b_i = (j+1-i)^{1-\gamma} - (j-i)^{1-\gamma}$.

Если просуммировать равенство (1) по $\alpha = \overline{1, p}$, то получим при $\widetilde{y} = \frac{1}{p}\sum_{\alpha=1}^{p} y_\alpha$, аналог разностной схемы из [2], [3]:

$$\Delta_{0t}^{\gamma} \widetilde{y} + \Lambda y^\sigma = f, \quad y^\sigma = \sigma \widehat{y} + (1-\sigma) y. \tag{2}$$

В [2, 3] разностная схема изучена для решения начально-краевой задачи дробной диффузии в цилиндре основанием которого является p–мерный параллелепипед и доказаны соответствующие теоремы об устойчивости. Из этих результатов вытекает справедливость теоремы:

Теорема. *Разностная схема* (1) *при $y = y_\alpha$ безусловна устойчива при $\sigma = p$ и для погрешности метода справедлива оценка:*

$$\|u^s - y^s\| \le M(\tau^{2-\gamma} + \sum_{\alpha=1}^{p} h_\alpha^2), \quad M = (\frac{M_1 T^\gamma}{1-\gamma})^{\frac{1}{2}}, \quad M_1 > 0.$$

Благодарности. Работа выполнена в рамках программы ГПНИ “Физическое материаловедение, новые материалы и технологии”, подпрограмма “Аналитическое и численное моделирование свойств фрактальных систем из углерода”.

Литература

1. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск, Наука и техника, 1987.

2. *Абрашина–Жадаева Н.Г., Тимощенко И.А.* Конечно-разностные методы для уравнения диффузии с производными дробных порядков в многомерной области. *// Дифференциальные уравнения.* Т. 49. №7 (2013), 819–825.

3. *Абрашина-Жадаева, Н.Г., Тимощенко И.А.* Дробно-дифференциальная модель описания электродиффузионного процесса и разностные методы ее реализации. *// Сеточные методы для краевых задач и приложения: материалы Десятой Международной конференции. Казань: Казанский университет,* (2014), – 29–35.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

В. В. Амелькин, М. Н. Василевич, Л. А. Хвощинская (Минск, Беларусь)

Рассмотрим следующую смешанную задачу теории упругости: определить функции $F_1(z)$ и $F_2(z)$ комплексной переменной z, аналитические в верхней полуплоскости, непрерывно продолжимые на $\mathbb{R}\setminus\{-\psi \cup 0 \cup \psi\}$ и удовлетворяющие условиям:

$$\mathrm{Im} F_1(x) = -\mathrm{Re} F_2(x), \ x \in (-\infty, \ 0); \ \mathrm{Im} F_1(x) = \mathrm{Re} F_2(x), \ x \in (0, \ +\infty);$$

$$\mathrm{Re} F_1(x) = f_1(x), x \in (-\psi, \psi); \ \mathrm{Im} F_2(x) = f_2(x), x \in (-\infty, -\psi) \cup (\psi, +\infty), \tag{1}$$