где

$$\tau_j^{(k;N)}(x_0) = (-1)^j x_0 + \frac{1}{a}\left(r_N\left((k-1) - 2\left\lfloor\frac{j}{2}\right\rfloor\right) + (-1)^{j+1}kr_N\right),$$

$$\chi^{(k;N)}(x_0) = (-1)^k(ax_0 - kr_N) + \left|sin\frac{\pi k}{2}\right| r_N,$$

$r_N = d(N, \Gamma)$ – расстояние от точки $\mathbf{x}$ до границы Γ,

$$\widetilde{\mu}(x_0, \mathbf{x}') = \begin{cases} \varphi(\mathbf{x}'), x_0 = 0, \\ \mu(\mathbf{z}), x_0 \neq 0 \end{cases},$$

где точка $\mathbf{z} \in \partial Q$ такая, в которой сфера радиусом r_N вокруг точки $\mathbf{x}$ касается границы ∂Q.

При $k = 0$ справедлива формула Кирхгофа.

Литература

1. Корзюк В. И. Столярчук И. И. *Классическое решение первой смешанной задачи для уравнения Клейна-Гордона—Фока в полуполосе* Дифференциальные уравнения. 2014. т.50, № 8, С. 1108–1117.

2. Корзюк В. И. Столярчук И. И. *Классическое решение первой смешанной задачи для уравнения типа Клейна-Гордона-Фока с неоднородными условиями согласования* // Доклады НАН Беларуси. 2019. т.63, № 1, С. 7–13.

3. Корзюк, В. И. Козловская И. С. *Классические решения задач для гиперболических уравнений: курс лекций. В 10 ч. Ч.2.* Минск:БГУ, 2017.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА В ПЯТИУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Мамажонов М.[1], Шерматова Х.М.[2], Мухторова Т.Н.[3]

[1]Кокандский государственный педагогический институт, Турон 23, 150700 Коканд, Узбекистан,
[2,3]Ферганский государственный университет, Мураббийлар 19, 150100 Фергана, Узбекистан,
[1]bek84-08@mail.ru, [2]hilola-1978@mail.ru, [3]muxtorova9495@gmail.com

В настоящем сообщении ставится одна краевая задача для уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа в пятиугольной области D плоскости xOy.

Рассмотрим в области D уравнение вида

$$\left(a\frac{\partial}{\partial x} + c\right)(Lu) = 0, \tag{1}$$

где

$$Lu = \begin{cases} u_{xx} - u_y,\, (x,\, y) \in D_1, \\ u_{xx} - u_{yy},\, (x,\, y) \in D_i\, (i = 2,\, 3,\, 4), \end{cases}$$

$$D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup J_1 \cup J_2, D_1 = \left\{(x,\, y) \in R^2 :\, 0 < x < 1,\, 0 < y < 1\right\},$$

$$D_2 = \left\{(x,\, y) \in R^2 :\, -1 < y < 0,\, -1 - y < x < y + 1\right\},$$

$$D_3 = \left\{(x,\, y) \in R^2 :\, -1 < x < 0,\, 0 < y < 1\right\},$$

$$J_1 = \left\{(x,\, y) \in R^2 :\, y = 0,\, -1 < x < 1\right\}, J_2 = \left\{(x,\, y) \in R^2 :\, x = 0,\, 0 < y < 1\right\}.$$

Для уравнения (1) ставится следующая задача:

Задача-1. Требуется найти функцию $u\,(x,\,y)$, которая 1) непрерывна в $\overline{D}$; 2) удовлетворяет уравнению (1) в области D при $x\neq 0,\ y\neq 0$; 3) удовлетворяет следующим краевым условиям:

$$u\,(1,\,y)=\varphi_1\,(y)\,,\ 0\le y\le 1,$$

$$u\,(-1,\,y)=\varphi_2\,(y)\,,\ 0\le y\le 1,$$

$$u_x\,(-1,\,y)=\varphi_3\,(y)\,,\ 0\le y\le 1,$$

$$u|_{y=x-1}=\psi_1\,(x)\,,\ 0\le x\le 1,$$

$$u|_{y=-x-1}=\psi_2\,(x)\,,\ -1\le x\le -\frac{1}{2},$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{y=-x-1}=\psi_3\,(x)\,,\ -1\le x\le 0;$$

4) функция u и ее производные первого порядка удовлетворяют непрерывным условиям склеивания на линии изменения типа J_1, а на линии J_2 – кроме самой функции u и производных первого порядка и вторые производные удовлетворяют непрерывным условиям склеивания.

Здесь $\varphi_i,\,\psi_i\,(i=1,\,2,\,3)$ – заданные достаточно гладкие функции, $n-$ внутренняя нормаль к прямой $x+y=-1$.

Теорема. Если $\varphi_1,\varphi_2\ \in C^3\,[0,\,1]$, $\varphi_3\in C^2\,[0,\,1]$, $\psi_1\in C^3\,[0,\,1]$, $\psi_2\in C^3\,[-1,\,-1/2\,]$, $\psi_3\in C^2\,[-1,\,0]$, причем выполняются условия согласования $\psi_1\,(1)=\varphi_1\,(0)$, $\psi_2\,(-1)=\varphi_2\,(0)$, то задача-1 имеет единственное решение.

Теорема доказывается методом построения решения, а также методом продолжения.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ КРУГОВОЙ СТУПЕНЧАТОЙ ПЛАСТИНЫ

М.В. Маркова

Белорусский государственный университет транспорта, Беларусь 1987marinamarkova@gmail.com

К настоящему времени немалое количество научных работ посвящено исследованию деформирования трёхслойных пластин. Преобладающее большинство исследований ориентировано на пластины постоянной толщины [1, 2]. Здесь будет рассмотрен процесс колебания круговой трёхслойной пластины переменной толщины.

В работе [3] была получена система дифференциальных уравнений, описывающая процесс колебания круговой платины радиусом r, толщина внешних слоёв которой представлена некоторыми функциями: $h_1=h_1\,(r)$ и $h_2=h_2\,(r)$. Частным случаем круговой пластины переменный толщины является ступенчатая пластина, представляющая собой совокупность прямолинейных круговых участков с различной толщиной внешних несущих слоёв, то есть для каждого i-го участка ступенчатой пластины $h_{1(i)}=\mathrm{const}$ и $h_{2(i)}=\mathrm{const}$. Применительно к каждому прямолинейному участку ступенчатой пластины полученная в работе [3] система дифференциальных уравнений преобразуется к виду:

$$a_1^+L_3\,(u)+a_2^+L_3\,(\psi)-a_3^+L_3\,(w,_r)=M_1\left(\frac{\ddot u}{r}+\ddot u,_r\right)+M_2\left(\frac{\ddot\psi}{r}+\ddot\psi,_r\right)-M_3\left(\frac{\ddot w,_r}{r}+\ddot w,_{rr}\right);$$

$$a_2^+L_3\,(u)+a_4^+L_3\,(\psi)-a_5^+L_3\,(w,_r)=M_2\left(\frac{\ddot u}{r}+\ddot u,_r\right)+M_4\left(\frac{\ddot\psi}{r}+\ddot\psi,_r\right)-M_5\left(\frac{\ddot w,_r}{r}+\ddot w,_{rr}\right);$$