

1. Корзюк В. И. Уравнения математической физики. Изд. 2, испр. и доп. – URSS, 2021. – 480 с. ISBN 978-5-9710-8715-1.

2. Корзюк В. И., Козловская И. С. Классические решения задач для гиперболических уравнений. Курс лекций в 10 частях. Часть 2. – Минск: БГУ, 2017. 50 с.

3. Юрчук Н. И., Новиков Е. Н. Необходимые условия для существования классических решений уравнения колебаний полуограниченной струны. *Известия Национальной академии наук Беларуси. Серия физико-математических наук* – 2016, Т. 52, № 4, С. 116-120.

ОБОБЩЕНИЕ ФОРМУЛЫ КИРХГОФА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПЕРВОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ В ЦИЛИНДРЕ

В.И. Корзюк^{1,2}, И.И. Столярчук²

¹Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
korzyuk@bsu.by

²Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
ivan.telkantar@gmail.com

Постановка задачи. Задача рассматривается на множестве четырех независимых переменных $\mathbf{x} = (x_0, \mathbf{x}') = (x_0, x_1, x_2, x_3)$.

В области $Q = (0, +\infty) \times \Omega$, где $\Omega = \{\mathbf{x}' | x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1\} \subset \mathbf{R}^3$, относительно неизвестной функции $u : \mathbf{R}^4 \supset Q \rightarrow u(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}$ задается волновое уравнение

$$\partial_{x_0}^2 u - a^2 \Delta_{\mathbf{x}'} u = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{R}$ – множество действительных чисел, $\Delta_{\mathbf{x}'} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2}$ – оператор Лапласа.

К уравнению (1) присоединяются начальные условия

$$u|_{x_0=0} = \varphi(\mathbf{x}'), \quad \partial_{x_0} u|_{x_0=0} = \psi(\mathbf{x}'), \quad (2)$$

где $\varphi : \mathbf{R}^3 \supset \Omega \rightarrow \varphi(\mathbf{x}') \in \mathbf{R}$, $\psi : \mathbf{R}^3 \supset \Omega \rightarrow \psi(\mathbf{x}') \in \mathbf{R}$ – заданные функции. И граничное условие на боковой поверхности $\Gamma = (0; +\infty) \times \partial\Omega$

$$u|_{\Gamma} = \mu(\mathbf{x}), \quad (3)$$

где $\mu : \mathbf{R}^4 \supset \Gamma \rightarrow \mu(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}$ – заданная функция.

Теорема Пусть $\varphi(\mathbf{x}') \in C^3(\overline{\Omega})$, $\psi(\mathbf{x}') \in C^2(\overline{\Omega})$, $\mu(\mathbf{x}) \in C^3(\Gamma)$. Классическое решение задачи (1)–(3) существует и единственно в классе $C^2(\overline{Q})$ тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования

$$\mu(0, \mathbf{x}') = \varphi(\mathbf{x}'), \quad \partial_{x_0} \mu(0, \mathbf{x}') = \psi(\mathbf{x}'),$$

$$\partial_{x_0}^2 \mu(0, \mathbf{x}') = a^2 \Delta_{\mathbf{x}'} \varphi(\mathbf{x}'), \quad \partial_{x_0}^3 \mu(0, \mathbf{x}') = a^2 \Delta_{\mathbf{x}'} \psi(\mathbf{x}')$$

и оно может быть найдено в точках $\mathbf{x}$, у которых $x_0 \in \left[\frac{kl}{a}, \frac{(k+1)l}{a} \right]$, $k = 1, 2, \dots$ по формуле

$$u(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi a} \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^j \frac{\partial}{\partial x_0} \int_{|\mathbf{x}' - \mathbf{y}'| = \chi^{(k;N)}(x_0)} \tilde{\mu}(\tau_j^{(k;N)}(x_0), \mathbf{y}') ds'_{\mathbf{y}'} +$$

$$+ \frac{1}{4\pi a} \left(\frac{\partial}{\partial x_0} \frac{1}{\chi^{(k;N)}(x_0)} \int_{|\mathbf{x}' - \mathbf{y}'| = \chi^{(k;N)}(x_0)} \varphi(\mathbf{y}') ds'_{\mathbf{y}'} + \frac{(-1)^k}{\chi^{(k;N)}(x_0)} \int_{|\mathbf{x}' - \mathbf{y}'| = \chi^{(k;N)}(x_0)} \psi(\mathbf{y}') ds'_{\mathbf{y}'} \right),$$

дзе

$$\tau_j^{(k;N)}(x_0) = (-1)^j x_0 + \frac{1}{a} \left(r_N \left((k-1) - 2 \left\lfloor \frac{j}{2} \right\rfloor \right) + (-1)^{j+1} k r_N \right),$$

$$\chi^{(k;N)}(x_0) = (-1)^k (a x_0 - k r_N) + \left| \sin \frac{\pi k}{2} \right| r_N,$$

$r_N = d(N, \Gamma)$ – адлегласць ад пункту $\mathbf{x}$ да мяжы Γ ,

$$\tilde{\mu}(x_0, \mathbf{x}') = \begin{cases} \varphi(\mathbf{x}'), x_0 = 0, \\ \mu(\mathbf{z}), x_0 \neq 0 \end{cases},$$

дзе пункт $\mathbf{z} \in \partial Q$ такая, в якой сфера радыусам r_N вакол пункту $\mathbf{x}$ касаецца мяжы ∂Q .
 При $k = 0$ справядліва формула Кірхгофа.

Літаратура

1. Корзюк В. И. Столярчук И. И. *Классическое решение первой смешанной задачи для уравнения Клейна-Гордона—Фока в полуполосе* Дифференциальные уравнения. 2014. т.50, № 8, С. 1108–1117.
2. Корзюк В. И. Столярчук И. И. *Классическое решение первой смешанной задачи для уравнения типа Клейна-Гордона-Фока с неоднородными условиями согласования* // Доклады НАН Беларуси. 2019. т.63, № 1, С. 7–13.
3. Корзюк, В. И. Козловская И. С. *Классические решения задач для гиперболических уравнений: курс лекций. В 10 ч. Ч.2.* Минск:БГУ, 2017.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА В ПЯТИУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Мамажонов М.¹, Шерматова Х.М.², Мухторова Т.Н.³

¹Кокандский государственный педагогический институт, Турон 23, 150700 Коканд, Узбекистан,

^{2,3}Ферганский государственный университет, Мураббийлар 19, 150100 Фергана, Узбекистан,

¹bek84-08@mail.ru, ²hilola-1978@mail.ru, ³muxtorova9495@gmail.com

В настоящем сообщении ставится одна краевая задача для уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа в пятиугольной области D плоскости xOy .

Рассмотрим в области D уравнение вида

$$\left(a \frac{\partial}{\partial x} + c \right) (Lu) = 0, \quad (1)$$

где

$$Lu = \begin{cases} u_{xx} - u_y, & (x, y) \in D_1, \\ u_{xx} - u_{yy}, & (x, y) \in D_i \ (i = 2, 3, 4), \end{cases}$$

$$D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup J_1 \cup J_2, D_1 = \{(x, y) \in R^2 : 0 < x < 1, 0 < y < 1\},$$

$$D_2 = \{(x, y) \in R^2 : -1 < y < 0, -1 - y < x < y + 1\},$$

$$D_3 = \{(x, y) \in R^2 : -1 < x < 0, 0 < y < 1\},$$

$$J_1 = \{(x, y) \in R^2 : y = 0, -1 < x < 1\}, J_2 = \{(x, y) \in R^2 : x = 0, 0 < y < 1\}.$$

Для уравнения (1) ставится следующая задача: