лазерный импульсы всегда характеризуются уширением спектральных линий, которое обусловлено многими эффектами: спин-спиновым и обменным взаимодействиями, поглощением сигнала средой, допплер-эффектом, уширением вследствие столкновений, степенью турбулентности и т. д. [1]

С практической точки зрения большой интерес представляет теория электромагнитных явлений в медленно движущихся средах, т. е. теория, которая может быть применима для решения задач, в которых можно пренебречь всеми процессами, параметры которых пропорционально квадрату и старшим степеням отношения скорости объекта к скорости света. Указанные задачи принадлежат таким областям практической деятельности, как разработка, настройка и усовершенствование приемо-передающих устройств для систем радиосвязи, радиолиний передачи информации через потоки плазмы и газовые облака, создаваемых реактивными ракетными двигателями. На сильно точных ускорителях уже сейчас можно получать макроскопические сгустки плазмы, движущиеся как целое со скоростями 108 см/с и выше. Для моделирования взаимодействия электромагнитных волн с данными объектами необходимо использовать электродинамику движущихся сред [2].

В данной работе представлены результаты построения физико-математической модели распространения высокочастотных электромагнитных волн в медленно движущихся средах конечных размеров, в которой учтены явления зеркального отражения этих волн. Построенная модель основана на формулах, предназначенных для определения скорости распространения электромагнитных волн в медленно движущихся средах конечных размеров, а также на уравнениях, предназначенных для описания этих волн. Особенность указанных уравнений заключается в том, что в них учтен коэффициент увлечения Френеля для скорости распространения электромагнитных волн, при этом скорость среды не является постоянной величиной, может зависеть от времени, координат. Разработаны подход к решению этих уравнений, а также подход к моделированию процесса распространения электромагнитных волн в медленно движущихся средах конечных размеров, основанный на использовании разностной схемы, в которой учтено движение этих сред с использованием бесконечно малых преобразований Лоренца в разностной ячейке. В этой модели в отличие от модели, представленной в работе [3], учтена зависимость амплитуды сигнала от его частоты.

Литература

1. Болотовский Б.М., Столяров С.Н. *Современное состояние электродинамики движущихся сред (безграничные среды)* // Успехи физических наук. 1974. Т. 18. № 4. С. 569–608.

2. Baghdady E.J., Ely O.P. *Effects of Exhaust Plasmas upon Signal Transmission to and from Rocket-Powered Vehicles* // Proceedings of the IEEE. 1966. Vol. 54. № 9. P. 1134–1146.

3. Grinchik N.N., Boiprav O.V. *High-Frequency Electrodynamics of Slow Moving Limited Media Taking into Account the Additional Specular Reflection* // Advanced Electromagnetics. 2021. Vol. 10(1). P. 6–14. https://doi.org/10.7716/aem.v10i1.1583

О РАЗРЕШИМОСТИ МОДЕЛИ ВЯЗКОГО ТЕЧЕНИЯ В ТРУБЕ

С.С. Каянович

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
Минск, Беларусь kayanovichs@gmail.com

В работе [1] с использованием метода Роте исследовался вопрос о разрешимости дифференциально-разностной задачи для вязкого течения в канале (плоское течение). В данной работе исследуется аналогичный вопрос для вязкого течения в трубе прямоугольного сечения (пространственное движение жидкости). Сгладив все двугранные и трёхгранные углы указанной трубы, получим область с гладкой границей. Она изображена на рисунке в [2].

Постановка задачи

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \nu \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} - \sum_{k=1}^{3} u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \delta_i \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial x_3} - \frac{\partial p}{\partial x_i}, i = 1; 3, \begin{cases} \delta_1 = 0 \\ \delta_3 = 1 \end{cases}, (x,t) \in \tilde{\Omega}_T; \tag{8}$$

$$\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0, (x,t) \in \overline{\Omega}_T; \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 p}{\partial x_k^2} + \sum_{k=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = 0, (x,t) \in \tilde{\Omega}_T, (2), \tag{9}$$

где Ω – труба, S – её граница, $\bar{\Omega} = \Omega \bigcup S$, $\tilde{\Omega}$ – труба со сглаженными углами, $G_T = G \times [0, T]$, краевые условия и нижеследующие обозначения содержатся в [1,2].

Одно из уравнений (8) ($i = 3$) фактически содержит дополнительную вязкость. Идея её введения была ранее применена в [3] и была вызвана проблемой доказательства разрешимости краевых задач для уравнений Навье – Стокса при больших градиентах скоростей . При этом предполагалось, что решение модифицированной системы при малой дополнительной вязкости должно мало отличаться от решения системы Навье – Стокса. В отличие от [3] решение системы (8) – (9) не отличается, а удовлетворяет всем уравнениям Навье – Стокса. Это связано с тем, что после определения компоненты скорости u_2 ([1,2]) уравнение (**??**) удовлетворяется и уравнение (8) при значении $i = 3$ совпадает с соответствующим уравнением системы Навье – Стокса. После этого с использованием (9) показывается, таким же способом, который указан в [4] для случая двух компонент скорости, что u_2 удовлетворяет уравнению того же вида, который имеет уравнение (8) в случае $i = 1$.

Теорема 1. *Пусть* $\tilde{S} \in C_{l,\alpha}$, $\tilde{\psi}_1(s,t) \in C_{l,\alpha}\left(\tilde{S}_T\right)$, $\tilde{\psi}_1\Big|_{t=0} = \bar{b}_1(s)$, $x = s \in \tilde{S}$, $\zeta(x) \in C_{l,\alpha}\left(\bar{\tilde{\Omega}}\right)$, $\bar{b}_1(x) \in C_{l,\alpha}\left(\bar{\tilde{\Omega}}\right)$, $l \geq 5$, $\alpha \in (0,1)$. *Тогда при достаточно малых* τ *задача* (8) – (9), *в которой производная по времени заменена разностной производной, имеет единственное решение при любом* $t = t_m = m\tau$, $m = \overline{0, M}$, *причём* $u_{1,m}, u_{3,m} \in C_{l,\alpha}\left(\bar{\tilde{\Omega}}_m\right)$, $\frac{\partial u_{2,m}}{\partial x_2} \in C_{l-1,\alpha}\left(\bar{\tilde{\Omega}}_m\right)$, $p_m \in C_{l-1,\alpha}\left(\bar{\tilde{\Omega}}_m\right)$.

Теорема 2. *Решение из теоремы 1 удовлетворяет всем уравнениям соответствующей системы Навье – Стокса.*

Литература

1. Каянович С.С. *Разрешимость дифференциальной модели стержневого течения* // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2015. № 1. С. 52–59.

2. Каянович С.С. *Метод Роте для вязкого течения в трубе* //"WayScience". International Scientific and Practical Internet Conference "Modern Movement of Science", 18-19 October, 2021. Ukraine, Dnipro, 2021, P. 133 – 135.

3. Ладыженская О.А. *О модификациях уравнений Навье – Стокса для больших градиентов скоростей* // Записки научных семинаров ЛОМИ, 1968, 7, С. 126-154.

4. Каянович С.С. *Об уравнениях Навье – Стокса при больших числах Рейнольдса* // Материалы XVIII Международной научной конференции по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения – 2018). Гродно, 15 – 18 мая 2018 г. – Ч. 2. – Мн.: ИМ НАН Беларуси, 2018. С. 13-15