A_0; J_1– открытый отрезок с вершинами в точках B, D; J_2– открытый отрезок с вершинами в точках A, A_0;

$$Lu = \begin{cases} u_{xx} - u_y, & (x,\, y) \in D_1, \\ u_{xx} - u_{yy}, & (x,\, y) \in D_i, \;\; i = 2,\, 3, \end{cases}$$

$a_i, b_i \in R$ $(i = 1, 2)$, $1 < \gamma_1 < +\infty$, $-\infty < \gamma_2 < -1$ $(\gamma_i = b_i/a_i \quad (i = 1, 2))$.

Для уравнения (1) ставится одна краевая задача с десятью краевыми условиями и с двенадцатью условиями склеивания на линиях изменения типа, где в краевых условиях участвуют заданные функции: $\varphi_i \;\left(i = \overline{1,4}\right)$, $\psi_j \;\left(j = \overline{1,6}\right)$, а в условиях склеивания – неизвестные функции $\tau_k\,(y)$, $\nu_k\,(y)$, $\mu_k\,(y)$ и $\theta_k\,(y)$ $\left(k = \overline{1,3}\right)$.

В работе [1], исследовано краевая задача в случае когда $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $b_1 = 0$, $b_2 = 0$.

Теорема. *Если* $\varphi_1,\, \varphi_2 \in C^4\,[0,\, 1]$, $\varphi_3, \varphi_4 \in C^3\,[0,\, 1]$, $\psi_1 \in C^4\,[0,\, 1]$, $\psi_2 \in C^4\,[-1,\, -1/2\,]$, $\psi_3 \in C^3\,[0,\, 1]$, $\psi_4 \in C^3\,[-1,\, 0]$, $\psi_5 \in C^2\,[0,\, 1]$, $\psi_6 \in C^2\,[-1,\, 0]$, *причем выполняются условия согласования* $\psi_1\,(1) = \varphi_1\,(0)$, $\varphi_2\,(0) = \psi_2\,(-1)$, $\psi'_4\,(0) = -\psi'_3\,(0)$, *то поставленная задача имеет единственное решение.*

Здесь мы даем идею доказательства этой теоремы. Теорема доказывается непосредственно методом построения решения. Сначала задача рассматривается в области G_2. С помощью заданных краевых условий найдется неизвестные функции и тем самым функция $u_2\,(x, y)$ в области G_2. Затем задача решается в области G_3 методом продолжения. Причем в этой области получается одно соотношение между неизвестными функциями $\tau_3\,(y)$ и $\nu_3\,(y)$. Далее, из области G_1 получается еще одно соотношение между неизвестными функциями $\tau_3\,(y)$ и $\nu_3\,(y)$. А из уравнений при $x \to \pm 0$ получим еще две соотношений между неизвестными функциями $\tau_3\,(y)$, $\nu_3\,(y)$, $\mu_3\,(y)$ и $\theta_3\,(y)$. Из этих соотношений находим функции $\tau_3\,(y)$, $\nu_3\,(y)$, $\mu_3\,(y)$ и $\theta_3\,(y)$. Тем самым – и решение поставленной задачи.

Литература

1. Мамажонов С.М. *Об одном классе краевых задач для уравнения четвертого порядка параболо-гиперболического типа в пятиугольной области* // "Вестник КРАУНЦ". Физико-математические науки, 2018. № 4(24). С. 40–49.

ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ НА СУЩЕСТВОВАНИЕ ГЛОБАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

А.Л. Гладков

Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь gladkoval@mail.com

Рассматривается следующая начально-краевая задача

$$\begin{array}{ll} u_t = \Delta u + c(t)u^p & \text{для } \; x \in \Omega, \;\; t > 0, \\ \frac{\partial u(x,t)}{\partial \nu} = k(t) \int_0^t u^q(x,\tau)\, d\tau & \text{для } \; x \in \partial\Omega, \;\; t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x) & \text{для } \; x \in \Omega, \end{array} \qquad (1)$$

где Ω — ограниченная область в $\mathbb{R}^n$ с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$, $\min(p, q) > 0$, ν – единичная внешняя нормаль к $\partial\Omega$, $c(t)$ и $k(t)$ – неотрицательные непрерывные функции, определенные при $t \geq 0$, $u_0(x)$ – нетривиальная неотрицательная непрерывная функция, определенная при $x \in \overline{\Omega}$.

Устанавливаются условия, гарантирующие существование и отсутствие нетривиальных глобальных решений начально-краевой задачи (1). Полученные результаты зависят от поведения переменных коэффициентов при $t \to \infty$. В частности, доказаны следующие утверждения.

Теорема 1. *Задача* (1) *не имеет нетривиальных глобальных решений, если*

$$p > 1 \ \text{и} \ \int_0^\infty c(t)\,dt = \infty$$

или

$$q > 1, \int_0^\infty tk(t)\,dt = \infty \ \text{и}$$

$$k(t) \le \frac{C}{t^2},\ C > 0 \ \text{для достаточно больших значений } t \ \text{или}$$

$$t^{1-q}k(t) \ \text{не возрастает для достаточно больших значений } t.$$

Теорема 2. *Пусть* $\min(p, l) > 1$,

$$\int_0^\infty \{c(t) + tk(t)\}\,dt < \infty$$

и существуют положительные постоянные α, t_0 *и* K *такие, что* $\alpha > t_0$ *и*

$$\int_{t-t_0}^t \frac{\tau k(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}\,d\tau \le K \ \text{для всех } t \ge \alpha.$$

Тогда задача (1) имеет ограниченные глобальные решения при достаточно малых значениях начальных данных.

Результаты доклада опубликованы в [1].

Литература

1. Gladkov A., Guedda M. *Global existence of solutions of a semilinear heat equation with nonlinear memory condition* // Applicable Analysis. 2020. V. 99, № 16. P. 2823 – 2832.

О МНОЖЕСТВЕ РАЗРУШЕНИЯ РЕШЕНИЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМ НЕЛОКАЛЬНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ

А.Л. Гладков[1], **Т.В. Кавитова**[2]

[1]Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
gladkoval@mail.ru
[2]Витебский государственный университет имени П.М. Машерова
Московский пр-т 33, 210038 Витебск, Беларусь
kavitovatv@tut.by

Рассмотрим начально-краевую задачу для нелинейного параболического уравнения

$$u_t = \Delta u + c(x,t)u^p,\ x \in \Omega,\ t > 0, \tag{1}$$