СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АБСТРАКТНОГО ПОЛИКАЛОРИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Эгамбердиев О.М.

Наманганский инженерно-строительный институт (Узбекистан)

egamberdiyevolimjon105@gmail.com

Рассматривается следующая задача. Требуется найти решение абстрактного поликалорического уравнения

$$K_+^n u(t) \equiv \left(\frac{d}{dt} + A \right)^n u(t) = 0, \quad 0 < t < T, \quad (1)$$

удовлетворяющего следующим граничным условиям:

$$\left\{ \begin{array}{l} u|_{t=l} = u(l), \quad \frac{du}{dt}|_{t=l} = u'(l), \quad \dots \quad \frac{d^{(n-1)}u(t)}{dt}|_{t=l} = u^{(n-1)}(l), \end{array} \right. \quad (2)$$

где $u(t)$ -абстрактная функция со значениями в гильбертовом пространстве H . A - постоянный, положительно определенный, самосопряженный, линейный, неограниченный с всюду плотной областью определения $D(A^n)$.

$$u(t) = \sum_{k=1}^n (t-l)^{k-1} u_k(t). \quad (3)$$

С помощью представления (3) решение задачи (1)-(2) можно свести к решению следующих n задач:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du_1}{dt} + Au_1 = 0, \\ u_1|_{t=l} = u_1(l), \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{du_2}{dt} + Au_2 = 0, \quad \dots \\ u_2|_{t=l} = u_2(l), \quad \dots \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{du_n}{dt} + Au_n = 0, \\ u_n|_{t=l} = u_n(l). \end{array} \right. \quad (4)$$

Эти задачи в классическом смысле некорректны. Их будем исследовать на условную корректность по Тихонову[1]. Задача Коши для уравнения (1) рассмотрена и исследована в [2]. Многоточечная задача для уравнения (1) исследована в [3].

Теорема. Для любого решения задачи (1)-(2) справедливо

$$\|u(t)\|_H \leq \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^k C_{k-1} \left\{ \begin{array}{l} (\|u^{(i)}(l)\| \cdot \|A^{k-i}\|)^{\frac{t}{i}} \cdot \|K_+^{i-1}u(0)\|^{1-\frac{t}{i}}, \quad 0 \leq t \leq l, \\ \|u(l)\|, \quad l \leq t \leq T \end{array} \right. \quad (5)$$

Отметим, что из неравенства (5) следует единственность решения задачи (1)-(2) и условная корректность этой задачи в классе

$$\{u : \|K_+^{n-1}u(0)\| \leq M\}.$$

Эта теорема доказывается методом логарифмической выпуклости [1].

Литература

1. Лаврентьев. М.М. Некорректные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск: Изд-во НГУ. 1981-71 с.
2. Эгамбердиев О.М. Задача Коши для абстрактного поликалорического уравнения. ДАН РУз. 2011.6. с 18-20.
3. Эгамбердиев О.М. Многоточечная задача для абстрактного поликалорического уравнения ДАН РУз. 2012.5. с 12-15.