на $\mathcal{M}^n$ равномерной и компактно-открытой метрикой, будем обозначать через $\mathcal{M}^n_U$ и $\mathcal{M}^n_C$ соответственно. Наибольший интерес для изучения представляют характеристики линейных систем, являющиеся инвариантами группы ляпуновских преобразований.

Определение 1. Функционал $\varphi : \mathcal{M}^n \to \mathbb{R}$, принимающий одинаковые значения на любых ляпуновски эквивалентных системах [1, с. 63], будем называть *ляпуновским инвариантом.*

Бэровскую классификацию функций [3, §39.2] для описания ляпуновских инвариантов предложил и начал использовать В.М. Миллионщиков [2]. В качестве локального варианта бэровской классификации И. Н. Сергеев в докладе [4] предложил следующее определение.

Определение 2. Пусть X — метрическое пространство. Функция $\varphi : X \to \mathbb{R}$ принадлежит *k-му ($k \in \mathbb{N} \sqcup \{0\}$) классу Бэра в точке $x_0 \in X$*, если существует такая окрестность U точки x_0, что сужение функции φ на U принадлежит k-му классу Бэра. Если функция φ принадлежит k-му классу Бэра в точке x_0 и не принадлежит $(k-1)$-му классу в той же точке, то будем говорить, что φ принадлежит *в точности k-му классу в данной точке.*

Определение 3. Будем говорить, что функция является *однородной функцией k-го класса Бэра*, если в каждой точке она принадлежит в точности k-му классу Бэра.

И.Н. Сергеевым и В.В. Быковым рассматривался вопрос о локальных классах Бэра показателей Ляпунова в пространствах $\mathcal{M}^n_U$ и $\mathcal{M}^n_C$ [4, 5]. Возникает вопрос: какие локальные классы Бэра может иметь в этих пространствах произвольный ляпуновский инвариант?

Теорема 1. *Для каждого натурального n существует последовательность систем $\{A_i \in \mathcal{M}^n\}_{i\in\mathbb{N}}$ и обобщённо ляпуновский инвариант $\varphi : \mathcal{M}^n_U \to [0,1]$, имеющий для всякого $i \in \mathbb{N}$ в точности i-й класс Бэра в точке A_i.*

Теорема 2. *Для любых натуральных чисел n и $N \geq 2$ существует конечный набор систем $\{A_i \in \mathcal{M}^n\}$, $i = 1,\ldots,N$, и ляпуновский инвариант $\varphi : \mathcal{M}^n \to [0,1]$, имеющий для всякого $i \in \mathbb{N}$ в точке A_i на пространстве $\mathcal{M}^n_U$ в точности i-й класс Бэра, а на пространстве $\mathcal{M}^n_C$ — в точности N-й.*

Теорема 3. *Любой ляпуновский инвариант является в пространстве $\mathcal{M}^n_C$ однородной бэровской функцией.*

Литература

1. Адрианова Л.Я. *Введение в теорию линейных систем дифференциальных уравнений.* СПб.: Изд-во С. Петербургского ун-та, 1992.

2. Миллионщиков В.М. *Бэровские классы функций и показатели Ляпунова. I* // Дифференц. уравнения. 1980. Т. 16, №8. С. 1408–1416.

3. Хаусдорф Ф. *Теория множеств.* М.–Л.: ОНТИ, 1937.

4. Сергеев И.Н. *О локальных классах Бэра показателей Ляпунова* // Дифференц. уравнения. 1996. Т. 32, № 11. С. 1577.

5. Быков В.В. *Локальная бэровская классификация показателей Ляпунова* // Тр. семинара им. И.Г. Петровского. 2007. Т. 26. С. 56–70.

20 ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ ВОКРУГ ФОКУСА ОДНОЙ КУБИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ

Руденок А.Е.

Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь roudenok@bsu.by

Рассмотрим систему

$$\dot{r} = r^2 sin\phi - r^3(sin2\phi - kcos4\phi + msin4\phi),$$

$$\dot{\phi} = 1 - 2rcos\phi - r^2(1/4 + 1/2cos\phi 2\phi - ksin4\phi - mcos4\phi). \qquad (5)$$

Здесь $r, \phi-$полярные координаты. В декартовых координатах x, y правые части системы (6) являются кубическими полиномами, а особая точка $O(0,0)$ системы (6) - фокус. Кубическая система в общем случае, обозначим ее S, имеет 14 коэффициентов (параметров). Если сложить правые части системы S и системы (6), то получим возмущенную систему (6). При малых значениях параметров системы S из фокуса системы (6) при ее возмущении могут рождаться малоамплитудные предельные циклы. Максимально возможное число таких циклов называется цикличностью фокуса невозмущенной системы. Кратностью фокуса невозмущенной системы называется порядок ее первой ненулевой постоянной Ляпунова.

Теорема 1. *Цикличность фокуса системы равна $r + 1, r-$ ранг матрицы коэффициентов линейных частей постоянных Ляпунова $L_i, i = 1, ...k - 1$ возмущенной системы, $k-$кратность фокуса невозмущенной системы.*

Теорема 2. *Кратность фокуса $O(0,0)$ системы (6) равна 10.*

Теорема 3. *Цикличность фокуса $O(0,0)$ системы (6) равна 10.*

Рассматриваем теперь систему (6) как систему с переключением относительно оси Ox, то есть систему (6), если $y \geq 0$ и ее же, если $y < 0$. При этом имеется в виду, что верхняя и нижняя части системы независимы относительно возмущений, то есть систем S_1при значениях $y \geq 0$ и S_2 при значениях $y < 0$. Системы S_1, S_2 в сумме имеют 28 независимых параметров . Постоянные Ляпунова системы с переключением вычисляются по формуле $L_i = u_{1,i}(\pi) - u_{2,i}(-\pi)$, где $u_{1,i}(\phi), u_{2,i}(\phi)-$ коэффициенты решений $r = c + \sum\limits_{i=2}^{\infty} c^i u_{1,i}(\phi), r = c + \sum\limits_{i=2}^{\infty} c^i u_{2,i}(\phi)$ соответственно верхней и нижней систем, $u_{1,i}(0) = 0, u_{2,i}(0) = 0$. Обзор литературы по кубическим системам с переключением см., например, в статье [1], в которой рассмтривается система с 18 малоамплитудными предельными циклами, по 9 вокруг двух фокусов.

Теорема 4. *Порядок фокуса $O(0,0)$ системы (6) с переключением равен 20.*

Теорема 5. *Цикличность фокуса $O(0,0)$ системы (6) с переключением равна 20.*

Литература

1. Yu, Pei; Han, Maoan; Zhang, Xiang *Eighteen limit cycles around two symmetric foci in a cubic planar switching polynomial system.* //Journal of Differential Equations 275 (2021). P. 939–959.

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ ЦЕНТРА КУБИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ КУКЛЕСА

Садовский А.П.[1], **Гринь А.А.**[2], **Детченя Л.В.**[2], **Чергинец Д.Н.**[1]

[1]Белгосуниверситет, механико-математический факультет, Минск, Беларусь
sadovskii@bsu.by; cherginetsdn@gmail.com
[2]Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Гродно, Беларусь
detchenya_lv@grsu.by; grin@grsu.by

В работе исследуется условие центра, отсутствующее в работе Куклеса [1]. Данное условие выражено в терминах коэффициентов преобразования, приводящего систему Куклеса к системе с симметрией относительно оси OY.

Рассмотрим систему Куклеса

$$\dot{x} = y, \qquad \dot{y} = -x + Y(x, y), \qquad (1)$$

где $Y(x, y) = Ax^2 + 3Bxy + Cy^2 + Kx^3 + 3Lx^2y + Mxy^2 + Ny^3$.