где a, b, c, d, e — параметры модели. Если к её правой части добавить допустимые возмущения, т.е. такие возмущения, которые не изменяют отражающей функции системы (см. [2, 3]), то многие качественные свойства решений допустимо возмущённой системы сохранятся (см. [4, 5]). Допустимые возмущения искались среди возмущений вида:

$$\Delta \cdot \alpha(t) = \left(\sum_{i+j+k=0}^{n} q_{ijk} x^i y^j z^k \quad \sum_{i+j+k=0}^{n} r_{ijk} x^i y^j z^k \quad \sum_{i+j+k=0}^{n} s_{ijk} x^i y^j z^k \right)^{\mathrm{T}} \alpha(t),$$

где $q_{ijk}, r_{ijk}, s_{ijk} \in \mathbb{R}$, $i, j, k, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$; $\alpha(t)$ — произвольная непрерывная скалярная нечётная функция.

Теорема. *Если $\alpha_i(t)$ $(i = \overline{1,3})$ — произвольные скалярные непрерывные нечётные функции и $c = b = 0$, $d = a$, $e = -2a$, то отражающая функция системы (1) совпадает с отражающей функцией системы*

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x\,(a+z)\,(1+\alpha_1(t)) + y\alpha_2(t) + x^2 y \left(4az + x^2 + y^2 + 2z^2\right) \alpha_3(t), \\ \dot{y} &= y\,(a+z)\,(1+\alpha_1(t)) - x\alpha_2(t) - x^3 \left(4az + x^2 + y^2 + 2z^2\right) \alpha_3(t), \\ \dot{z} &= -\left(2az + x^2 + y^2 + z^2\right)(1+\alpha_1(t)). \end{aligned} \tag{2}$$

Утверждение теоремы доказывается с помощью теоремы 1 [6] последовательной проверкой тождества $\frac{\partial \Delta}{\partial t} + \frac{\partial \Delta}{\partial x} X(t,x) - \frac{\partial X(t,x)}{\partial x} \Delta = 0$ для каждого вектор–множителя Δ при $\alpha_i(t)$. ■

Работа поддержана проектом Horizon2020-2017-RISE-777911.

Литература

1. Yang Q., Yang T. *Complex dynamics in a generalized Langford system* // Nonlinear Dynamics. 2018. Vol. 91. P. 2241–2270.

2. Мироненко В.И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем.* Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004.

3. Мусафиров Э.В. *Временные симметрии дифференциальных систем.* Саарбрюккен: LAP Lambert Academic Publishing, 2011.

4. Мусафиров Э.В. *Допустимые возмущения системы Лэнгфорда* // Проблемы физики, математики и техники. 2016. № 3, С. 47–51.

5. Musafirov E.V. *Perturbations of the Lanford system which do not change the reflecting function* // International journal of bifurcation and chaos. 2017. Vol. 27. № 10. 1750154.

6. Mironenko V.I., Mironenko V.V. *How to construct equivalent differential systems* // Applied Mathematics Letters. 2009. Vol. 22. № 9. P. 1356–1359.

О ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССАХ БЭРА ЛЯПУНОВСКИХ ИНВАРИАНТОВ

Равчеев А.В.[1],

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация

rav4eev@yandex.ru

Для заданного $n \in \mathbb{N}$ обозначим через $\mathcal{M}^n$ множество линейных систем

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}_+ \equiv [0, +\infty),$$

с непрерывными ограниченными оператор-функциями A.

В теории показателей Ляпунова на множестве $\mathcal{M}^n$ чаще всего рассматриваются две метрики — *равномерная* и *компактно-открытая.* Топологические пространства, порожденные на $\mathcal{M}^n$ равномерной и компактно-открытой метрикой, будем обозначать через $\mathcal{M}^n_U$ и $\mathcal{M}^n_C$ соответственно. Наибольший интерес для изучения представляют характеристики линейных систем, являющиеся инвариантами группы ляпуновских преобразований.

Определение 1. Функционал $\varphi : \mathcal{M}^n \to \mathbb{R}$, принимающий одинаковые значения на любых ляпуновски эквивалентных системах [1, с. 63], будем называть *ляпуновским инвариантом.*

Бэровскую классификацию функций [3, §39.2] для описания ляпуновских инвариантов предложил и начал использовать В.М. Миллионщиков [2]. В качестве локального варианта бэровской классификации И. Н. Сергеев в докладе [4] предложил следующее определение.

Определение 2. Пусть X — метрическое пространство. Функция $\varphi : X \to \mathbb{R}$ принадлежит *k-му ($k \in \mathbb{N} \sqcup \{0\}$) классу Бэра в точке $x_0 \in X$*, если существует такая окрестность U точки x_0, что сужение функции φ на U принадлежит k-му классу Бэра. Если функция φ принадлежит k-му классу Бэра в точке x_0 и не принадлежит $(k-1)$-му классу в той же точке, то будем говорить, что φ принадлежит *в точности k-му классу в данной точке.*

Определение 3. Будем говорить, что функция является *однородной функцией k-го класса Бэра*, если в каждой точке она принадлежит в точности k-му классу Бэра.

И.Н. Сергеевым и В.В. Быковым рассматривался вопрос о локальных классах Бэра показателей Ляпунова в пространствах $\mathcal{M}^n_U$ и $\mathcal{M}^n_C$ [4, 5]. Возникает вопрос: какие локальные классы Бэра может иметь в этих пространствах произвольный ляпуновский инвариант?

Теорема 1. *Для каждого натурального n существует последовательность систем $\{A_i \in \mathcal{M}^n\}_{i\in\mathbb{N}}$ и обобщённо ляпуновский инвариант $\varphi : \mathcal{M}^n_U \to [0,1]$, имеющий для всякого $i \in \mathbb{N}$ в точности i-й класс Бэра в точке A_i.*

Теорема 2. *Для любых натуральных чисел n и $N \geq 2$ существует конечный набор систем $\{A_i \in \mathcal{M}^n\}$, $i = 1,\ldots,N$, и ляпуновский инвариант $\varphi : \mathcal{M}^n \to [0,1]$, имеющий для всякого $i \in \mathbb{N}$ в точке A_i на пространстве $\mathcal{M}^n_U$ в точности i-й класс Бэра, а на пространстве $\mathcal{M}^n_C$ — в точности N-й.*

Теорема 3. *Любой ляпуновский инвариант является в пространстве $\mathcal{M}^n_C$ однородной бэровской функцией.*

Литература

1. Адрианова Л.Я. *Введение в теорию линейных систем дифференциальных уравнений.* СПб.: Изд-во С. Петербургского ун-та, 1992.

2. Миллионщиков В.М. *Бэровские классы функций и показатели Ляпунова. I* // Дифференц. уравнения. 1980. Т. 16, №8. С. 1408–1416.

3. Хаусдорф Ф. *Теория множеств.* М.–Л.: ОНТИ, 1937.

4. Сергеев И.Н. *О локальных классах Бэра показателей Ляпунова* // Дифференц. уравнения. 1996. Т. 32, № 11. С. 1577.

5. Быков В.В. *Локальная бэровская классификация показателей Ляпунова* // Тр. семинара им. И.Г. Петровского. 2007. Т. 26. С. 56–70.

20 ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ ВОКРУГ ФОКУСА ОДНОЙ КУБИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ

Руденок А.Е.

Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь roudenok@bsu.by

Рассмотрим систему

$$\dot{r} = r^2 sin\phi - r^3(sin2\phi - kcos4\phi + msin4\phi),$$