О РАВНОМЕРНОЙ ПОЛНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ СТРУКТУРОЙ

Козлов А.А.[1], **Александрович Т.А.**[2]

[1] Полоцкий государственный университет, факультет компьютерных наук и электроники
Блохина 30, 211440 Новополоцк, Беларусь
kozlovaa @tut.by
[2] Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, факультет математики и информационных технологий
Московский проспект 33, 210038 Витебск, Беларусь
tatynka.aleksandrovich @mail.ru

Пусть $n_0,\ \ldots,\ n_t,\ \ldots$ — последовательность положительных целых чисел. Рассмотрим дискретное уравнение

$$x_{t+1} = A_t x_t + B_t u_t, \quad t = 0, 1, 2, ..., \tag{1}$$

в котором $\{A_t\}$ и $\{B_t\}$, $t = 0, 1, \ldots,$ — последовательности действительных матриц размерностей соответственно $n_{t+1} \times n_t$ и $n_{t+1} \times r_t$, последовательность $\{u_t\}_{t=0}^{\infty}$ в каждый момент времени t принимает значения в пространстве $\mathbb{R}^{r_t}$ и играет роль входного (управляющего) воздействия.

Определение 1.[1]. Уравнение (1) при $u_t \equiv 0,\ \ t = 0, 1, 2, \ldots,$ т.е. система

$$x_{t+1} = A_t x_t, \quad t = 0, 1, 2, \ldots, \tag{2}$$

связывающее неизвестную последовательность $x_t \in \mathbb{R}^{n_t}$ в точках t и $t+1$, называется линейной однородной системой с изменяющейся структурой.

Следуя работе [1], матрицу $X_{t,\tau}$ размерности $n_t \times n_\tau$, для которой выполняются равенства

$$X_{\tau,\tau} = E \in M_{n_\tau} \quad \text{и} \quad X_{t,\tau} = A_{t-1}A_{t-2}\cdot\ldots\cdot A_\tau \quad \text{при} \quad t > \tau, \quad t, \tau \in \mathbb{N}_0$$

будем называть матрицей Коши системы (2).

Теорема. *Пусть $W \in M_n$ — симметрическая положительно определенная матрица и $0 < \mu_1 I \leq W \leq \mu_2 I$. Тогда $W^{-1} \in M_n$ также симметрическая положительно определенная матрица и $0 < \mu_2^{-1} I \leq W^{-1} \leq \mu_1^{-1} I$.*

Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований "Конвергенция - 2025"(подрограмма 1, задание 1.2.01).

Литература

1. Гайшун И.В. *Дискретные уравнения с изменяющейся структурой и устойчивость их решений* // Дифференциальные уравнения. 1997. Т. 33. № 12. С. 1607–1614.

ДОПУСТИМО ВОЗМУЩЁННАЯ ОБОБЩЁННАЯ СИСТЕМА ЛЭНГФОРДА

Мусафиров Э.В.

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь
musafirov@bk.ru

Рассмотрим обобщённую систему Лэнгфорда [1]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax + by + xz, \\ \dot{y} &= cx + dy + yz, \\ \dot{z} &= ez - \left(x^2 + y^2 + z^2\right); \quad x, y, z, a, b, c, d, e \in \mathbb{R}, \end{aligned} \tag{1}$$

где a, b, c, d, e — параметры модели. Если к её правой части добавить допустимые возмущения, т.е. такие возмущения, которые не изменяют отражающей функции системы (см. [2, 3]), то многие качественные свойства решений допустимо возмущённой системы сохранятся (см. [4, 5]). Допустимые возмущения искались среди возмущений вида:

$$\Delta \cdot \alpha(t) = \left(\sum_{i+j+k=0}^{n} q_{ijk} x^i y^j z^k \quad \sum_{i+j+k=0}^{n} r_{ijk} x^i y^j z^k \quad \sum_{i+j+k=0}^{n} s_{ijk} x^i y^j z^k \right)^{\mathrm{T}} \alpha(t),$$

где $q_{ijk}, r_{ijk}, s_{ijk} \in \mathbb{R}$, $i, j, k, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$; $\alpha(t)$ — произвольная непрерывная скалярная нечётная функция.

Теорема. *Если $\alpha_i(t)$ $(i = \overline{1,3})$ — произвольные скалярные непрерывные нечётные функции и $c = b = 0$, $d = a$, $e = -2a$, то отражающая функция системы (1) совпадает с отражающей функцией системы*

$$\begin{array}{rcl} \dot{x} & = & x\,(a+z)\,(1+\alpha_1\,(t)) + y\alpha_2\,(t) + x^2 y \left(4az + x^2 + y^2 + 2z^2\right) \alpha_3\,(t)\,, \\ \dot{y} & = & y\,(a+z)\,(1+\alpha_1\,(t)) - x\alpha_2\,(t) - x^3 \left(4az + x^2 + y^2 + 2z^2\right) \alpha_3\,(t)\,, \\ \dot{z} & = & -\left(2az + x^2 + y^2 + z^2\right)(1+\alpha_1\,(t))\,. \end{array} \qquad (2)$$

Утверждение теоремы доказывается с помощью теоремы 1 [6] последовательной проверкой тождества $\frac{\partial \Delta}{\partial t} + \frac{\partial \Delta}{\partial x} X(t,x) - \frac{\partial X(t,x)}{\partial x} \Delta = 0$ для каждого вектор–множителя Δ при $\alpha_i(t)$. ■

Работа поддержана проектом Horizon2020-2017-RISE-777911.

Литература

1. Yang Q., Yang T. *Complex dynamics in a generalized Langford system* // Nonlinear Dynamics. 2018. Vol. 91. P. 2241–2270.

2. Мироненко В.И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем.* Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004.

3. Мусафиров Э.В. *Временные симметрии дифференциальных систем.* Саарбрюккен: LAP Lambert Academic Publishing, 2011.

4. Мусафиров Э.В. *Допустимые возмущения системы Лэнгфорда* // Проблемы физики, математики и техники. 2016. № 3, С. 47–51.

5. Musafirov E.V. *Perturbations of the Lanford system which do not change the reflecting function* // International journal of bifurcation and chaos. 2017. Vol. 27. № 10. 1750154.

6. Mironenko V.I., Mironenko V.V. *How to construct equivalent differential systems* // Applied Mathematics Letters. 2009. Vol. 22. № 9. P. 1356–1359.

О ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССАХ БЭРА ЛЯПУНОВСКИХ ИНВАРИАНТОВ

Равчеев А.В.[1],

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация
rav4eev@yandex.ru

Для заданного $n \in \mathbb{N}$ обозначим через $\mathcal{M}^n$ множество линейных систем

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}_+ \equiv [0, +\infty),$$

с непрерывными ограниченными оператор-функциями A.

В теории показателей Ляпунова на множестве $\mathcal{M}^n$ чаще всего рассматриваются две метрики — *равномерная* и *компактно-открытая.* Топологические пространства, порожденные