

ТЕОРЕМА СУЩЕСТВОВАНИЯ ОДНОГО ТИПА КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМЫ С РЕЛЕ

Евстафьева В.В.

Санкт-Петербургский государственный университет, Университетская наб., 7/9,
199034 Санкт-Петербург, Россия
v.evstafieva@spbu.ru

Исследуется n -мерная система обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\dot{Y} = AY + Bu(\sigma) + Kf(t), \quad \sigma = (C, Y), \quad (1)$$

где Y – вектор состояний системы, матрица A и векторы B, K, C вещественные и постоянные. Оператор $u(\sigma)$ описывает работу неидеального реле в соответствии с [1]. Функция возмущения $f(t)$, $t \geq 0$, является непрерывной и T -периодической.

Система (1) рассмотрена в [2] с простыми и в [3] с кратными собственными числами матрицы A . Функция $f(t)$ задана укороченным рядом Фурье. Исследованы решения с двумя фиксированными точками в фазовом пространстве и возвратом в каждую из них за соизмеримое с T время. Доказана теорема существования периодического решения преобразованной системы с диагональной матрицей [2] и матрицей в жордановой форме [3].

Определение [2]. Решение $Y(\cdot)$ назовем двухточечно-колебательным с временем возврата T_v на гиперплоскость переключения L_μ , $\mu = 1, 2$, если существуют точки $Y^1 \in L_1$, $Y^2 \in L_2$ такие, что в моменты первой встречи решения с L_μ , решение попадает в Y^μ , а моменты первой встречи с каждой из гиперплоскостей периодичны с периодом T_v .

В работе [4] исследованы двухточечно-колебательные решения в случае вещественной симметричной матрицы с кратными собственными числами. Получено необходимое условие существования решения преобразованной системы с вектором обратной связи специального вида. Доказаны теоремы существования и несуществования непериодических решений системы (1).

Данная работа обобщает полученные результаты. В отличие от [2–4] здесь рассматривается функция возмущения в общем виде и ставится задача Коши о существовании двухточечно-колебательного решения системы (1) с произвольным временем возврата. Справедлива

Теорема. Пусть τ_1, τ_2, Y^1 и Y^2 – решение системы $l_1 = (C, Y^1)$, $l_2 = (C, Y^2)$, где $Y^1 = e^{A\tau_2}Y^2 + Bm_2 \int_0^{\tau_2} e^{A\tau} d\tau + K \int_0^{\tau_2} e^{A\tau} f(T_v - \tau) d\tau$, $Y^2 = e^{A\tau_1} \left(Y^1 + Bm_1 \int_0^{\tau_1} e^{-A\tau} d\tau + K \int_0^{\tau_1} e^{-A\tau} f(\tau) d\tau \right)$, причем τ_1, τ_2 – наименьшие значения переменных такие, что $\tau_1 > 0$, $\tau_2 > 0$ и $\tau_1 + \tau_2 = T_v$. Пусть $K \int_0^{\tau_2} e^{A\tau} f((m+1)T_v - \tau) d\tau$, $K \int_0^{\tau_1} e^{-A\tau} f(\tau + mT_v) d\tau$ не зависят от $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. Тогда существует двухточечно-колебательное решение системы (1) с временем возврата T_v .

Литература

1. Покровский А.В. *Существование и расчет устойчивых режимов в релейных системах* // Автомат. и телемех. 1986. № 4. С. 16–23.
2. Евстафьева В.В. *О существовании двухточечно-колебательных решений возмущенной релейной системы с гистерезисом* // Дифференц. уравнения. 2021. Т. 57. № 2. С. 169–178.
3. Евстафьева В.В. *Существование T/k -периодических решений нелинейной неавтономной системы с кратным собственным числом матрицы* // Матем. заметки. 2021. Т. 109. № 4. С. 529–543.
4. Евстафьева В.В. *Існування двоточково-коливних розв'язків релейної неавтономної системи з кратним власним числом дійсної симетричної матриці* // Укр. матем. журн. 2021. Т. 73. № 5. С. 640–650.