

p функциями p -го бэровского класса называются функции, являющиеся поточечными пределами последовательностей функций $(p-1)$ -го класса.

Теорема 1 [3]. Для любой последовательности отображений (1) функция (2) принадлежит второму бэровскому классу, причем ее множество точек полунепрерывности сверху является всюду плотным множеством типа G_δ , а множество точек полунепрерывности снизу — множеством типа $F_{\sigma\delta}$.

Естественно возникает вопрос об уменьшении номера бэровского класса в теореме 1. Пусть $\mathcal{K}$ — совершенное множество Кантора на отрезке $[0, 1]$ с метрикой, индуцированной естественной метрикой вещественной прямой.

Теорема 2 [3]. Пусть $M = X = \mathcal{K}$, тогда существует такая последовательность отображений (1), что для любого $\varepsilon \in (0; \frac{1}{4}]$ функция (2) не принадлежит первому бэровскому классу на пространстве M .

Возникает естественный вопрос: всякое ли всюду плотное множество типа G_δ в пространстве M может быть множеством точек полунепрерывности сверху функции (2)?

Теорема 3 [3]. Пусть $M = X = \mathcal{K}$. Тогда для каждого всюду плотного подмножества G типа G_δ пространства M существует такая последовательность отображений (1), что множество точек полунепрерывности сверху функции (2) совпадает с множеством G .

Литература

1. Колмогоров А.Н. Асимптотические характеристики вполне ограниченных метрических пространств // Докл. АН СССР. 1956. Т.179, № 3. 585–589.
2. Kolyada S., Snoha L. Topological entropy of nonautonomous dynamical systems // Random & Computational Dynamics. 1996. 4, № 2–3. Р. 205–233.
3. Ветохин А.Н. Строение множеств точек полунепрерывности ε -емкости неавтономных динамических систем, непрерывно зависящих от параметра // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех., 2020, № 6, С. 19–26.

АСИМПТОТИЧЕСКИ ОБРАТНЫЙ ЭВОЛЮЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР, ПОРОЖДЕННЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ ОСЦИЛЛЯТОРА

Ю.М. Вувуникян¹, Д.С. Шпак²

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Беларусь

¹vuv64@mail.ru, ²d.s.shpak@grsu.by

Осциллятор — это физическая система, совершающая колебания. В случае классического осциллятора колебания совершаются около положения устойчивого равновесия (например, груз на пружине, маятник). Продемонстрируем операторный подход в исследовании уравнения осциллятора с нелинейной восстанавливающей силой cx^2 и затуханием, совершающим вынужденные колебания при произвольном внешнем воздействии $f(t)$:

$$x'' + x + cx^2 = f(t). \quad (1)$$

Правую часть уравнения (1) определим как финитную непрерывно дифференцируемую функцию.

$$f(t) = \omega_\varepsilon(t) * \theta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_\varepsilon(s) \theta(t-s) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(t-s) dt = t,$$

где $\theta(t)$ — функция Хевисайда, $\omega_\varepsilon(t)$ — бесконечно-дифференцируемая функция с компактным носителем на отрезке $[-\varepsilon; \varepsilon]$ (или «шапочка»).

В статье [1] определен асимптотически обратный оператор и представлен алгоритм для построения импульсных характеристик эволюционных операторов.

Первая операторная компонента асимптотически обратного оператора $Bf(t)$ к оператору $Ax = (\delta'' + \delta) * x + S_2(c\delta^{\otimes 2} * x^{\otimes 2})$, который соответствует уравнению (1), имеет вид

$$B_1 f(t) = b_1(t) * f(t) = \theta(t) \sin t * f(t) = \int_0^t \sin s \cdot s \, ds = -t \cos t + \sin t.$$

Вторая операторная компонента будет равна

$$\begin{aligned} B_2 f^2(t) &= -db_1 * ((B_1 f(t))^{\otimes 2}) = \\ &= -d\theta(t) \sin t \frac{((9t^2 - 17) \cos^2 t + 18t^2 - 43) \sin t + 24t \cos^3 t + 36t \cos t}{27} + \\ &\quad + d\theta(t) \cos t \frac{24t \sin 3t + (17 - 9t^2) \cos 3t - (27t^2 + 81) \cos t}{108}. \end{aligned}$$

Таким образом, можно получить нелинейные асимптотически обратные эволюционные операторы первой степени $Bf(t) = B_1 f(t) = \varphi_1(t)$ и второй степени $Bf(t) = B_1 f(t) + B_2 f^2(t) = \varphi_2(t)$ оператору Ax , который соответствует дифференциальному уравнению осциллятора.

Теория нелинейных эволюционных операторов, где в качестве импульсных характеристик рассматриваются векторно-значные обобщенные функции, имеет приложения для характеристики состояния динамической системы с любым конечным количеством входных и выходных сигналов, описываемой дифференциальными уравнениями и их системами.

Литература

1. Шпак Д.С., Трифонова И.В. *Метод применения нелинейных эволюционных операторов для решения динамических систем* // Проблемы физики, математики и техники, 2016, № 3. – С. 66–69.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ КОШИ С ОПЕРАТОРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Гафаров И.А.

Наманганский инженерно-строительный институт (Узбекистан)

ilgorgafarov@mail.ru

Рассматривается следующая задача Коши в Гильбертовом пространстве H :

$$\begin{aligned} \frac{d^n u(t)}{dt^n} + \sum_{k=1}^n A_k(t) \cdot \frac{d^{n-k} u(t)}{dt^{n-k}} &= 0, \\ \left. \frac{d^k u(t)}{dt^k} \right|_{t=0} &= u^{(k)}(0), \end{aligned}$$

где функция $u(t)$ скалярного аргумента $t \in [0, T]$ со значениями в $D(A) = \cap D(A_k(t)) \subset H$, $A_k(t)$ — самосопряженные, перестановочные, вообще говоря, неограниченные операторы. По предположению, когда $u^{(l)}(t) \in D(A)$, имеют место следующие представления

$$A_m(t) = \int f_m(\lambda, t) dE_\lambda, m = 1, 2, \dots, n,$$