

где $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$ – непрерывные нечетные функции.

Теорема. Пусть функции $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$, $\alpha(t)$ являются 2ω -периодическими, а функция $\beta(t)$ – почти периодическая или 2Ω -периодическая с иррациональным отношением ω/Ω . Если $f(t)$ является продолжимым на отрезок $[-\omega; \omega]$ решением уравнения

$$\dot{f} = a(t)f^3 + b(t)f^2 + \left(c(t) + \frac{3}{4}\alpha^2(t)a(t)\right)f + d(t) - \frac{1}{4}\alpha^2(t)b(t),$$

то функция

$$x(t) = e^{-\beta(t)} \left(f(t) - \frac{1}{2}\alpha(t) \right),$$

будет почти периодическим или квазипериодическим решением уравнения (2).

Примером может служить уравнение

$$\dot{x} = x^3 e^{2\sin\sqrt{2}t} \sin t + x^2 e^{\sin\sqrt{2}t} \sin^3 t - \sqrt{2}x \cos\sqrt{2}t + e^{-\sin\sqrt{2}t} \sin(t - 5t^3).$$

Литература

1. МIRONENKO В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем*. Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004.
2. МIRONENKO В. И. *Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений*. Минск: Университетское, 1986.

ПОЛНОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНОГО ЭФФЕКТА ПЕРРОНА ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ СИСТЕМЫ С НЕОГРАНИЧЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В.В. Быков¹

¹Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия
vvbykov@gmail.com

Для заданного $n \in \mathbb{N}$ обозначим через $\mathcal{M}_n$ класс линейных дифференциальных систем

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}_+ \equiv [0, +\infty), \quad (1)$$

с непрерывными коэффициентами. Обозначим через $\lambda_1(A) \leq \dots \leq \lambda_n(A)$ показатели Ляпунова системы (1), а через $\Lambda(A) = (\lambda_1(A), \dots, \lambda_n(A))$ – их спектр.

Для системы $A \in \mathcal{M}_n$ и метрического пространства M рассматривается класс $\mathcal{Q}_n[A](M)$ непрерывных матричнозначных функций $Q: \mathbb{R}_+ \times M \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$, удовлетворяющих условию

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} t^{-1} \ln \sup_{\mu \in M} \|Q(t, \mu)\| = -\infty,$$

и таких, что показатели Ляпунова системы $A+Q$, являющиеся функциями параметра $\mu \in M$ и обозначаемые $\lambda_1(\mu; A+Q) \leq \dots \leq \lambda_n(\mu; A+Q)$, не меньше соответствующих показателей Ляпунова системы A , т.е. $\lambda_k(\mu; A+Q) \geq \lambda_k(A)$, $k = \overline{1, n}$, для любого $\mu \in M$.

Ставится задача полного дескриптивно-множественного описания для каждого $n \in \mathbb{N}$ и метрического пространства M класса $\Pi\mathcal{Q}_n(M)$ пар $(\Lambda(A), \Lambda(\cdot; A+Q))$, составленных из спектра $\Lambda(A)$ системы $A \in \mathcal{M}_n$ и вектор-функции $\Lambda(\cdot; A+Q) \equiv (\lambda_1(\cdot; A+Q), \dots, \lambda_n(\cdot; A+Q))$, когда A пробегает множество $\mathcal{M}_n$, а матричнозначная функция Q при каждом A – класс

$\mathcal{Q}_n[A](M)$. Указанную задачу можно рассматривать как обобщение примера Перрона [1, §1.4] на случай неограниченных коэффициентов.

Напомним, что функция $f: M \rightarrow \overline{\mathbb{R}} \equiv \mathbb{R} \sqcup \{-\infty, +\infty\}$ называется [2, с. 224] функцией класса $(*, G_\delta)$, если для любого $r \in \mathbb{R}$ прообраз $f^{-1}([r, +\infty])$ луча $[r, +\infty]$ является G_δ -множеством пространства M . В частности, класс $(*, G_\delta)$ — подкласс второго класса Бэра.

Теорема. Для каждого метрического пространства M и натурального числа $n \geq 2$ пара $(l, F(\cdot))$, где $l = (l_1, \dots, l_n) \in (\overline{\mathbb{R}})^n$ и $F(\cdot) = (f_1(\cdot), \dots, f_n(\cdot)): M \rightarrow (\overline{\mathbb{R}})^n$, принадлежит классу $\Pi\mathcal{Q}_n(M)$ тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

1) $l_1 \leq \dots \leq l_n$; 2) $f_1(\mu) \leq \dots \leq f_n(\mu)$ для любого $\mu \in M$; 3) $f_i(\mu) \geq l_i$ для всех $\mu \in M$ и $i = \overline{1, n}$; 4) для любого $i = \overline{1, n}$ функция $f_i(\cdot): M \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ принадлежит классу $(*, G_\delta)$.

Замечание. Аналог приведённой теоремы для случая систем с ограниченными коэффициентами установлен в работе [3], а полное описание класса

$$\Lambda\mathcal{Q}_n(M) = \{\Lambda(\cdot; A + Q) \mid A \in \mathcal{M}_n, Q \in \mathcal{Q}_n[A](M)\},$$

составленного из вторых элементов пар класса $\Pi\mathcal{Q}_n(M)$, получено в [4].

Автор выражает благодарность Е. А. Барабанову за обсуждение доклада и ценные замечания.

Литература

1. Изобов Н.А. Введение в теорию показателей Ляпунова. Мн.: БГУ, 2006.
2. Хаусдорф Ф. Теория множеств. М.–Л.: ОНТИ, 1937.
3. Барабанов Е.А., Быков В.В. Описание линейного эффекта Перрона при параметрических возмущениях, экспоненциально убывающих к нулю на бесконечности // Тр. Ин-та мат. и мех. УрО РАН. 2019. Т. 25. № 4. С. 31–43.
4. Быков В.В. Полное описание спектров показателей Ляпунова непрерывных семейств линейных дифференциальных систем с неограниченными коэффициентами // Изв. РАН. Сер. мат. 2020. Т. 84. № 6. С. 3–22.

ТЕОРЕМА СУЩЕСТВОВАНИЯ И ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, УПРАВЛЯЕМЫХ ГРУБЫМИ ТРАЕКТОРИЯМИ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ГЁЛЬДЕРА

Васьковский М.М., Леваков А.А.¹

¹Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, Независимости, 4, 220050 Минск, Беларусь
vaskovskii@bsu.by, levakov123321@gmail.com

Пусть $n \in \mathbb{N}$, $\beta \in (1/(n+1), 1/n]$. Предположим, что задана функция $X: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$, непрерывная по Гёльдеру с показателем $\beta \in (0, 1)$, т.е. $X \in C^\beta([0, T], \mathbb{R})$. Определим геометрическую грубую траекторию над X : $\mathbf{X} = (1, \mathbf{X}^1, \dots, \mathbf{X}^n) \in \mathcal{C}_g^\beta([0, T], \mathbb{R})$, $\mathbf{X}_{s,t}^i = \frac{(X_t - X_s)^i}{i!}$, $s, t \in [0, T]$, $i = 1, \dots, n$ [1]. Далее $\mathbf{X}_{0,t}$ будем обозначать через $\mathbf{X}_t$. Выберем и зафиксируем произвольное $\alpha \in (0, \beta)$.

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$dY_t = f(Y_t) d\mathbf{X}_t, t \in [0, T], \quad (1)$$

где $f \in C_b^{n+1}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ — функция, имеющая непрерывные и ограниченные производные любого порядка $k \in \{0, \dots, n+1\}$.