

дзе $m = \frac{b}{a}$. Если s – порядок полюса функции y , то $k = 1 + \frac{2}{s}$. Значит, для отсутствия у функции y точек ветвления необходимо считать $s = 2, k = 2$ или $s = 1, k = 3$. Поэтому для уравнения (2) будем иметь следующие резонансные наборы [1]:

а) $(2, -\frac{3}{a}; -1, 6, 1 + 3m), (2, -\frac{1}{a(2m+1)}; -1, \frac{3m+3+\sqrt{D}}{2(2m+1)}, \frac{3m+3-\sqrt{D}}{2(2m+1)})$, $D = 57m^2 + 58m + 17$;

б) $(1, \alpha; -1, 4, 1 + 2m)$, $a\alpha^2 = -1$.

Чтобы резонансы уравнения (2) были целыми и различными в случае а) необходимо $m = -1$. В этом случае уравнение (2) масштабным преобразованием приводится к уравнению, полученному в [2], мероморфность решений которого доказана в [1].

В случае б) для функции u из системы (1) построим уравнение

$$u''' = \frac{2(u'' - 2uu')^2}{3(u' - u^2)} + \frac{1}{3} \left(5 + \frac{2}{m} \right) \frac{u'u''}{u} + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{m} + 1 \right) \left(\frac{1}{m} - 2 \right) \frac{u'^3}{u^2} + \\ + \frac{1}{3} \left(5 - \frac{2}{m} \right) uu'' - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{m} + 1 \right) \left(\frac{3}{m} + 1 \right) u''^2 + 2 \left(\frac{1}{m} + 1 \right) \left(\frac{1}{m} + 2 \right) u^2 u' - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{m} + 2 \right)^2 u^4,$$

общее решение которого согласно [3] имеет подвижные точки ветвления. Таким образом, верна

Теорема. *Общее решение системы (1) только при $k = 2, b = -a$ является мероморфным.*

Літэратура

1. Чжан Биньбинь, Ванькова Т.Н., Мартынов И.П., Пронько В.А. Мероморфность решений одного класса дифференциальных уравнений третьего порядка // Весн. Гродзенскага дзярж. ун-та. 2020. Сер. 2. Т. 10. № 1. С. 46–53.
2. Adjabi Y., Jrad F., Kessi A., Mugan U. Third order differential equations with fixed critical points // Stud. Appl. Math. 2009. Vol. 208, no. 1. - P. 238–248.
3. Мартынов И. П. Об уравнениях третьего порядка без подвижных критических особенностей // Дифференциальные уравнения. 1985. Т. 21. № 6. С. 937–946.

ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ

Белокурский М.С.

Гомельский госуниверситет им. Ф. Скорины, 246028, Беларусь, Гомель, Кирова 119
drakonsm@ya.ru

Гомельский госуниверситет им. Ф. Скорины, 246028, Беларусь, Гомель, Кирова 119

Отражающая функция [1, с. 62] определяется через общее решение дифференциального уравнения. Различные дифференциальные уравнения могут иметь одинаковые отражающие функции. При этом их решения обладают рядом одинаковых свойств, таких как периодичность, устойчивость и др. Как известно [2, с. 43] линейная отражающая функция скалярного дифференциального уравнения первого порядка $\dot{x} = X(t, x)$ имеет вид

$$F(t, x) = \alpha(t)e^{\beta(t)} + e^{2\beta(t)}x, \quad (3)$$

где $\alpha(t)$, $\beta(t)$ – нечетные дифференцируемые функции. Для того чтобы уравнение Абеля имело линейную отражающую функцию (1) необходимо и достаточно, чтобы уравнение Абеля имело вид

$$\dot{x} = a(t)e^{2\beta(t)}x^3 + e^{\beta(t)} \left(b(t) + \frac{3}{2}\alpha(t)a(t) \right) x^2 + \left(c(t) + \alpha(t)b(t) - \dot{\beta}(t) \right) x + \\ + e^{-\beta(t)} \left(d(t) + \frac{1}{2}\alpha(t)c(t) - \frac{1}{4}\alpha^3(t)a(t) - \frac{1}{2}\dot{\alpha} \right), \quad (4)$$

где $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$ – непрерывные нечетные функции.

Теорема. Пусть функции $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$, $\alpha(t)$ являются 2ω -периодическими, а функция $\beta(t)$ – почти периодическая или 2Ω -периодическая с иррациональным отношением ω/Ω . Если $f(t)$ является продолжимым на отрезок $[-\omega; \omega]$ решением уравнения

$$\dot{f} = a(t)f^3 + b(t)f^2 + \left(c(t) + \frac{3}{4}\alpha^2(t)a(t)\right)f + d(t) - \frac{1}{4}\alpha^2(t)b(t),$$

то функция

$$x(t) = e^{-\beta(t)} \left(f(t) - \frac{1}{2}\alpha(t) \right),$$

будет почти периодическим или квазипериодическим решением уравнения (2).

Примером может служить уравнение

$$\dot{x} = x^3 e^{2\sin\sqrt{2}t} \sin t + x^2 e^{\sin\sqrt{2}t} \sin^3 t - \sqrt{2}x \cos\sqrt{2}t + e^{-\sin\sqrt{2}t} \sin(t - 5t^3).$$

Литература

1. МIRONENKO В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем*. Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004.
2. МIRONENKO В. И. *Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений*. Минск: Университетское, 1986.

ПОЛНОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНОГО ЭФФЕКТА ПЕРРОНА ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ СИСТЕМЫ С НЕОГРАНИЧЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В.В. БЫКОВ¹

¹Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия
vvbykov@gmail.com

Для заданного $n \in \mathbb{N}$ обозначим через $\mathcal{M}_n$ класс линейных дифференциальных систем

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}_+ \equiv [0, +\infty), \quad (1)$$

с непрерывными коэффициентами. Обозначим через $\lambda_1(A) \leq \dots \leq \lambda_n(A)$ показатели Ляпунова системы (1), а через $\Lambda(A) = (\lambda_1(A), \dots, \lambda_n(A))$ – их спектр.

Для системы $A \in \mathcal{M}_n$ и метрического пространства M рассматривается класс $\mathcal{Q}_n[A](M)$ непрерывных матричнозначных функций $Q: \mathbb{R}_+ \times M \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$, удовлетворяющих условию

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} t^{-1} \ln \sup_{\mu \in M} \|Q(t, \mu)\| = -\infty,$$

и таких, что показатели Ляпунова системы $A+Q$, являющиеся функциями параметра $\mu \in M$ и обозначаемые $\lambda_1(\mu; A+Q) \leq \dots \leq \lambda_n(\mu; A+Q)$, не меньше соответствующих показателей Ляпунова системы A , т.е. $\lambda_k(\mu; A+Q) \geq \lambda_k(A)$, $k = \overline{1, n}$, для любого $\mu \in M$.

Ставится задача полного дескриптивно-множественного описания для каждого $n \in \mathbb{N}$ и метрического пространства M класса $\Pi\mathcal{Q}_n(M)$ пар $(\Lambda(A), \Lambda(\cdot; A+Q))$, составленных из спектра $\Lambda(A)$ системы $A \in \mathcal{M}_n$ и вектор-функции $\Lambda(\cdot; A+Q) \equiv (\lambda_1(\cdot; A+Q), \dots, \lambda_n(\cdot; A+Q))$, когда A пробегает множество $\mathcal{M}_n$, а матричнозначная функция Q при каждом A – класс