для автономных полиномиальных дифференциальных систем, как вещественных, так и комплексных. В этом случае решения дифференциальных систем не имеют подвижных (т.е. зависящих от начальных данных) особых точек.

Рассмотрим автономную систему обыкновенных дифференциальных уравнений (при $m = 1$) или вполне разрешимую [7, с. 21] автономную систему уравнений в полных дифференциалах (при $m > 1$)

$$dx = P(x)dt \tag{1}$$

(систему

$$dw = S(w)dz), \tag{2}$$

где $n > 1, m \geqslant 1$, а элементами матрицы $P = ||P_{ji}|| : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{mn}$ (матрицы $S = ||S_{ji}|| : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{mn}$) являются полиномы.

Получены следующие утверждения [8].

Теорема 1. *У нелинейной полиномиальной автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений* (1) *(системы* (2)*) общего положения существуют решения, не определенные на всей вещественной прямой* $\mathbb{R}$ *(комплексной плоскости* $\mathbb{C}$*).*

Теорема 2. *У вполне разрешимой нелинейной полиномиальной автономной системы* (1) *(системы* (2)*) общего положения существуют решения, не определенные на всем пространстве* $\mathbb{R}^m$ *(пространстве* $\mathbb{C}^m$*).*

Приведены примеры систем (1) (систем (2)), у которых любое решение продолжимо на все пространство $\mathbb{R}^m$ (пространство $\mathbb{C}^m$), $m \geqslant 1$.

Литература

1. Хартман Ф. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* Москва: Мир, 1970.

2. Ла–Салль Ж, Лефшец С. *Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова.* Москва: Мир, 1964.

3. Зубов В. И. *Устойчивость движения.* Москва: Высшая школа, 1973.

4. Гайшун И.В., Княжище Л.Б. *О продолжении решений вполне интегрируемых уравнений* // Весці АН БССР. Сер. фіз–мат. навук. 1982. № 2. С. 33–38.

5. Мышкис А.Д. *О продолжении решений уравнений Пфаффа* // Дифференц. уравнения. 1985. Т. 21. № 8. С. 1331–1337.

6. Еругин Н. П. *Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений.* Минск: Наука и техника, 1979.

7. Гайшун И.В. *Вполне разрешимые многомерные дифференциальные уравнения.* Москва: Едиториал УРСС, 2004.

8. Амелькин В. В., Тыщенко В. Ю. *О продолжимости решений автономных дифференциальных систем* // Известия высших учебных заведений. Математика. 2020. № 11. С. 15-28.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Бабич Е.Р., Мартынов И.П., Пронько В.А.

Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь
elena.bibilo@mail.ru, i.martynov@grsu.by, v.a.pronko@gmail.com

Для системы

$$y' = 2\frac{y^k}{v}, u' = u^2 + buv, v' = -2uv + av^2 + 2ky^{k-1}, \tag{1}$$

где a, b - параметры, $a \neq 0, k \in \mathbb{N}, k > 1$, укажем необходимые условия отсутствия подвижных многозначных особых точек. Для функции y построим уравнение

$$y'y''' = \frac{3}{2}y''^2 + 2a(m+2)y^ky'' - 2aky^{k-1}y'^2 + 2a^2(2m+1)y^{2k}, \tag{2}$$

где $m = \frac{b}{a}$. Если s – порядок полюса функции y, то $k = 1 + \frac{2}{s}$. Значит, для отсутствия у функции y точек ветвления необходимо считать $s = 2, k = 2$ или $s = 1, k = 3$. Поэтому для уравнения (2) будем иметь следующие резонансные наборы [1]:

а) $(2, -\frac{3}{a}; -1, 6, 1+3m)$, $(2, -\frac{1}{a(2m+1)}; -1, \frac{3m+3+\sqrt{D}}{2(2m+1)}, \frac{3m+3-\sqrt{D}}{2(2m+1)})$, $D = 57m^2 + 58m + 17$;

б) $(1, \alpha; -1, 4, 1+2m)$, $a\alpha^2 = -1$.

Чтобы резонансы уравнения (2) были целыми и различными в случае а) необходимо $m = -1$. В этом случае уравнение (2) масштабным преобразованием приводится к уравнению, полученному в [2], мероморфность решений которого доказана в [1].

В случае б) для функции u из системы (1) построим уравнение

$$u''' = \frac{2}{3}\frac{(u'' - 2uu')^2}{u' - u^2} + \frac{1}{3}\left(5 + \frac{2}{m}\right)\frac{u'u''}{u} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{m} + 1\right)\left(\frac{1}{m} - 2\right)\frac{u'^3}{u^2} +$$

$$+\frac{1}{3}\left(5 - \frac{2}{m}\right)uu'' - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{m} + 1\right)\left(\frac{3}{m} + 1\right)u''^2 + 2\left(\frac{1}{m} + 1\right)\left(\frac{1}{m} + 2\right)u^2u' - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{m} + 2\right)^2 u^4,$$

общее решение которого согласно [3] имеет подвижные точки ветвления. Таким образом, верна

Теорема. *Общее решение системы (1) только при $k = 2, b = -a$ является мероморфным.*

Литература

1. Чжан Биньбинь, Ванькова Т.Н., Мартынов И.П., Пронько В.А. *Мероморфность решений одного класса дифференциальных уравнений третьего порядка* // Весн. Гродзенскага дзярж. ун-та. 2020. Сер. 2. Т. 10. № 1. С. 46–53.

2. Adjabi Y., Jrad F., Kessi A., Mugan U. *Third order differential equations with fixed critical points* // Stud. Appl. Math. 2009. Vol. 208, no. 1. - P. 238–248.

3. Мартынов И. П. *Об уравнениях третьего порядка без подвижных критических особенностей* // Дифференциальные уравнения. 1985. Т. 21. № 6. С. 937-946.

ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ

Белокурский М.С.

Гомельский госуниверситет им. Ф. Скорины, 246028, Беларусь, Гомель, Кирова 119
drakonsm@ya.ru

Гомельский госуниверситет им. Ф. Скорины, 246028, Беларусь, Гомель, Кирова 119

Отражающая функция [1, с. 62] определяется через общее решение дифференциального уравнения. Различные дифференциальные уравнения могут иметь одинаковые отражающие функции. При этом их решения обладают рядом одинаковых свойств, таких как периодичность, устойчивость и др. Как известно [2, с. 43] линейная отражающая функция скалярного дифференциального уравнения первого порядка $\dot{x} = X(t, x)$ имеет вид

$$F(t, x) = \alpha(t)e^{\beta(t)} + e^{2\beta(t)}x, \tag{3}$$

где $\alpha(t)$, $\beta(t)$ – нечетные дифференцируемые функции. Для того чтобы уравнение Абеля имело линейную отражающую функцию (1) необходимо и достаточно, чтобы уравнение Абеля имело вид

$$\begin{aligned}\dot{x} = a(t)e^{2\beta(t)}x^3 + e^{\beta(t)}\left(b(t) + \tfrac{3}{2}\alpha(t)a(t)\right)x^2 + \left(c(t) + \alpha(t)b(t) - \dot{\beta}(t)\right)x + \\ +e^{-\beta(t)}\left(d(t) + \tfrac{1}{2}\alpha(t)c(t) - \tfrac{1}{4}\alpha^3(t)a(t) - \tfrac{1}{2}\dot{\alpha}\right),\end{aligned} \tag{4}$$