необходимые и достаточные условия отсутствия подвижных многозначных особенностей у решений уравнения (1).

Уравнение (1) заменим системой

$$u = y' - y^2 - ay, u'' = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)\frac{u'^2}{u} + ((\alpha - 2)y + H - a)u' + (\beta - 2)u^2 +$$
$$+((2\alpha + 2\beta + \gamma - 8)y^2 + ((\alpha + 2\beta - 8)a + 2H + K)y - 2a' - a^2 + aH + M)u + \quad (2)$$
$$+R_1 y^4 + R_2 y^3 + R_3 y^2 + R_4 y + Q,$$

где $R_1 = 2\alpha + \beta + \gamma + \delta - 6, R_2 = (3\alpha + 2\beta + \gamma - 12)a + 2H + K + L, R_3 = (\alpha - 4)a' + (\alpha + \beta - 7)a^2 + (3H + K)a + M + N, R_4 = -a'' + (H - 3a)a' - a^3 + Ha^2 + Ma + P$. При замене $(z, u) \to (z_0 + \varepsilon z, \varepsilon^2 u)$ и $\varepsilon = 0$ получим упрощеную систему, решения которой должны быть однозначны. Следовательно, справедлива

Лемма. Для отсутствия подвижных многозначных особенностей у решений уравнения (1) необходимо выполнение условий:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = Q = 0.$$

Проводя для (1) тест Пенлеве, получаем еще другие необходимые условия отсутствия подвижных многозначных особенностей у решений уравнения (1).

Так, для упрощенного уравнения со свойством Пенлеве [1] вида

$$y''' = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)\frac{(y'' - 2yy')^2}{y' - y^2} + \left(2 + \frac{2}{\nu}\right)yy'' + 3y'^2 - \left(1 + \frac{5}{\nu}\right)y^2y' + \frac{1}{\nu}y^4,$$

получено полное уравнение

$$y''' = (1 - \tfrac{1}{\nu})\tfrac{(y'' - 2yy' - ay' - a'y)^2}{y' - y^2 - ay} + (2 + \tfrac{2}{\nu})yy'' + 3y'^2 - (1 + \tfrac{5}{\nu})y^2y' + \tfrac{1}{\nu}y^4 +$$
$$+(a - \tfrac{2}{\nu}A)y'' + (\tfrac{6}{\nu}A - (1 + \tfrac{2}{\nu})a)yy' + \tfrac{a - 2A}{\nu}y^3 + (2a' - A' - \tfrac{A}{\nu}(A - 2a))y' + \quad (3)$$
$$+(A' - \tfrac{2}{\nu}aA + \tfrac{A^2}{\nu} - \tfrac{2}{\nu}a')y^2 + (a'' + aA' + \tfrac{A}{\nu}(2a' + aA))y,$$

где a, A – аналитические функции переменной z в области $\Omega \subset \mathbb{C}$.

Доказана

Теорема. *Решения уравнения (3) не содержат подвижных многозначных особенностей.*

Литература

1. Мартынов И.П. *Аналитические свойства решений одного дифференциального уравнения третьего порядка* // Дифференц. уравнения. Т. 21, № 5 (1985), С. 764–771.

ПРОДОЛЖИМОСТЬ РЕШЕНИЙ АВТОНОМНЫХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Амелькин В.В.[1], **Тыщенко В.Ю.**[2]

[1]Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь vamlkn@mail.ru
[2]Гродненский госуниверситет, факультет математики и информатики
Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь valentinet@mail.ru

Вопросам продолжимости решений вещественных неавтономных дифференциальных систем посвящено достаточно большое количество работ (см., например, [1–7]). Будем рассматривать вопрос продолжимости решений на все пространство независимых переменных для автономных полиномиальных дифференциальных систем, как вещественных, так и комплексных. В этом случае решения дифференциальных систем не имеют подвижных (т.е. зависящих от начальных данных) особых точек.

Рассмотрим автономную систему обыкновенных дифференциальных уравнений (при $m = 1$) или вполне разрешимую [7, с. 21] автономную систему уравнений в полных дифференциалах (при $m > 1$)

$$dx = P(x)dt \tag{1}$$

(систему

$$dw = S(w)dz), \tag{2}$$

где $n > 1, m \geqslant 1$, а элементами матрицы $P = ||P_{ji}|| : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{mn}$ (матрицы $S = ||S_{ji}|| : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{mn}$) являются полиномы.

Получены следующие утверждения [8].

Теорема 1. *У нелинейной полиномиальной автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений* (1) *(системы* (2)*) общего положения существуют решения, не определенные на всей вещественной прямой* $\mathbb{R}$ *(комплексной плоскости* $\mathbb{C}$*).*

Теорема 2. *У вполне разрешимой нелинейной полиномиальной автономной системы* (1) *(системы* (2)*) общего положения существуют решения, не определенные на всем пространстве* $\mathbb{R}^m$ *(пространстве* $\mathbb{C}^m$*).*

Приведены примеры систем (1) (систем (2)), у которых любое решение продолжимо на все пространство $\mathbb{R}^m$ (пространство $\mathbb{C}^m$), $m \geqslant 1$.

Литература

1. Хартман Ф. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* Москва: Мир, 1970.

2. Ла–Салль Ж, Лефшец С. *Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова.* Москва: Мир, 1964.

3. Зубов В. И. *Устойчивость движения.* Москва: Высшая школа, 1973.

4. Гайшун И.В., Княжище Л.Б. *О продолжении решений вполне интегрируемых уравнений* // Весці АН БССР. Сер. фіз–мат. навук. 1982. № 2. С. 33–38.

5. Мышкис А.Д. *О продолжении решений уравнений Пфаффа* // Дифференц. уравнения. 1985. Т. 21. № 8. С. 1331–1337.

6. Еругин Н. П. *Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений.* Минск: Наука и техника, 1979.

7. Гайшун И.В. *Вполне разрешимые многомерные дифференциальные уравнения.* Москва: Едиториал УРСС, 2004.

8. Амелькин В. В., Тыщенко В. Ю. *О продолжимости решений автономных дифференциальных систем* // Известия высших учебных заведений. Математика. 2020. № 11. С. 15-28.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Бабич Е.Р., Мартынов И.П., Пронько В.А.

Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь
elena.bibilo@mail.ru, i.martynov@grsu.by, v.a.pronko@gmail.com

Для системы

$$y' = 2\frac{y^k}{v}, u' = u^2 + buv, v' = -2uv + av^2 + 2ky^{k-1}, \tag{1}$$

где a, b - параметры, $a \neq 0, k \in \mathbb{N}, k > 1$, укажем необходимые условия отсутствия подвижных многозначных особых точек. Для функции y построим уравнение

$$y'y''' = \frac{3}{2}y''^2 + 2a(m+2)y^k y'' - 2aky^{k-1}y'^2 + 2a^2(2m+1)y^{2k}, \tag{2}$$