

Let $h : x \mapsto h_x = (h_{0,x}, h_{1,x}, \dots, h_{m,x}) \in R^{m+1}$ be a real vector-valued function of $x \in V \setminus \{x^0\}$. Let take into consideration the probability distributions μ^n on Φ^{V_n} for given $n = 1, 2, \dots$ defined by

$$\mu^{(n)}(\sigma_n) = Z_n^{-1} \exp \left(-\beta H(\sigma_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\sigma(x), x} \right). \quad (2)$$

Let $G_k^{(2)}$ be the subgroup in G_k consisting of all words of even length, i.e. $G_k^{(2)} = \{x \in G_k : \text{the length of word } x \text{ is even}\}$.

Theorem 1. [2] *Let K be a normal subgroup of finite index in G_k . Then each K -periodic GM for Potts-SOS model is either translation-invariant (TI) or $G_k^{(2)}$ -periodic.*

Let z_* be the unique solution of $z = \left(\frac{2\theta + rz}{\theta^2 + \theta z + r} \right)^k$ and

$$\frac{kz_*((2-r)\theta^2 - r^2)}{(2\theta + rz_*)(\theta^2 + \theta z_* + r)} > 1. \quad (3)$$

We put $I(K) = K \cap \{a_1, \dots, a_{k+1}\}$, where a_i , $i = 1, \dots, k+1$ are generators of G_k .

The following theorem is proved.

Theorem 2. *For the Potts-SOS model with respect to any normal subgroup $K \subset G_k$ of finite index the following assertions hold:*

- a) *if $I(K) \neq \emptyset$, then K -periodic Gibbs measures (GMs) coincide with TIGMs;*
- b) *if (3) holds and $I(K) = \emptyset$ then there are three K -periodic GMs μ_{12}, μ_{21} and μ_* . Moreover, measure μ_* is TI and measures μ_{12} and μ_{21} are $G_k^{(2)}$ -periodic.*

Remark. Note that this theorem 2 generalizes results of Theorem 6.15 in [1].

Acknowledgments. The author is grateful to Professors U.A.Rozikov and M.M.Rahmatullaev for useful discussions and for valuable comments.

References

1. Rozikov U.A., *Gibbs measures on Cayley trees. World scientific, 2013.*
2. Rasulova M.A., *Periodic Gibbs measures for the Potts-SOS model on a Cayley tree. Theor. Math. Phys.* **199**(1), 2019. P. 586–592.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ОБ ОДНОМ РАЦИОНАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА БЕЗ ПОДВИЖНЫХ МНОГОЗНАЧНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ

Андреева Т.К.¹, Березкина Н.С.¹, Мартынов И.П.¹, Пронько В.А.¹

¹Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь
 {tatsyana.andreeva, korotkaja3, v.a.pronko}@gmail.com {i.martynov}@grsu.by

Рассмотрим уравнение

$$y''' = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right) \frac{(y'' - 2yy' - ay' - a'y)^2}{y' - y^2 - ay} + \alpha y y'' + \beta y'^2 + \gamma y^2 y' + \delta y^4 + F, \quad (1)$$

где $\nu \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – комплексные постоянные; $F = Hy'' + Ky y' + Ly^3 + My' + Ny^2 + Py + Q$, где a, H, K, L, M, N, P, Q – аналитические функции переменной z в области $\Omega \subset \mathbb{C}$. Пенлеве-анализ уравнения (1) при $F \equiv 0$ проводился в работе [1]. Ставится задача: найти

необходимые и достаточные условия отсутствия подвижных многозначных особенностей у решений уравнения (1).

Уравнение (1) заменим системой

$$\begin{aligned} u = y' - y^2 - ay, u'' = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right) \frac{u'^2}{u} + ((\alpha - 2)y + H - a)u' + (\beta - 2)u^2 + \\ + ((2\alpha + 2\beta + \gamma - 8)y^2 + ((\alpha + 2\beta - 8)a + 2H + K)y - 2a' - a^2 + aH + M)u + \\ + R_1y^4 + R_2y^3 + R_3y^2 + R_4y + Q, \end{aligned} \quad (2)$$

где $R_1 = 2\alpha + \beta + \gamma + \delta - 6$, $R_2 = (3\alpha + 2\beta + \gamma - 12)a + 2H + K + L$, $R_3 = (\alpha - 4)a' + (\alpha + \beta - 7)a^2 + (3H + K)a + M + N$, $R_4 = -a'' + (H - 3a)a' - a^3 + Ha^2 + Ma + P$. При замене $(z, u) \rightarrow (z_0 + \varepsilon z, \varepsilon^2 u)$ и $\varepsilon = 0$ получим упрощенную систему, решения которой должны быть однозначны. Следовательно, справедлива

Лемма. Для отсутствия подвижных многозначных особенностей у решений уравнения (1) необходимо выполнение условий:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = Q = 0.$$

Проводя для (1) тест Пенлеве, получаем еще другие необходимые условия отсутствия подвижных многозначных особенностей у решений уравнения (1).

Так, для упрощенного уравнения со свойством Пенлеве [1] вида

$$y''' = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right) \frac{(y'' - 2yy')^2}{y' - y^2} + \left(2 + \frac{2}{\nu}\right) yy'' + 3y'^2 - \left(1 + \frac{5}{\nu}\right) y^2 y' + \frac{1}{\nu} y^4,$$

получено полное уравнение

$$\begin{aligned} y''' = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right) \frac{(y'' - 2yy' - ay' - a'y)^2}{y' - y^2 - ay} + \left(2 + \frac{2}{\nu}\right) yy'' + 3y'^2 - \left(1 + \frac{5}{\nu}\right) y^2 y' + \frac{1}{\nu} y^4 + \\ + \left(a - \frac{2}{\nu}A\right)y'' + \left(\frac{6}{\nu}A - \left(1 + \frac{2}{\nu}\right)a\right)yy' + \frac{a - 2A}{\nu}y^3 + \left(2a' - A' - \frac{A}{\nu}(A - 2a)\right)y' + \\ + \left(A' - \frac{2}{\nu}aA + \frac{A^2}{\nu} - \frac{2}{\nu}a'\right)y^2 + (a'' + aA' + \frac{A}{\nu}(2a' + aA))y, \end{aligned} \quad (3)$$

где a, A – аналитические функции переменной z в области $\Omega \subset \mathbb{C}$.

Доказана

Теорема. Решения уравнения (3) не содержат подвижных многозначных особенностей.

Литература

1. Мартынов И.П. Аналитические свойства решений одного дифференциального уравнения третьего порядка // Дифференц. уравнения. Т. 21, № 5 (1985), С. 764–771.

ПРОДОЛЖИМОСТЬ РЕШЕНИЙ АВТОНОМНЫХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Амелькин В.В.¹, Тыщенко В.Ю.²

¹Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь vamlkn@mail.ru

²Гродненский госуниверситет, факультет математики и информатики
Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь valentinet@mail.ru

Вопросам продолжимости решений вещественных неавтономных дифференциальных систем посвящено достаточно большое количество работ (см., например, [1–7]). Будем рассматривать вопрос продолжимости решений на все пространство независимых переменных