где a_{n_1,n_2} – обобщенная функция с носителем $[0;+\infty)^n$, $S_{n_1+n_2}$ – оператор сокращения переменных n порядка $n = n_1+n_2$, $x^{\otimes n_1}$ – тензорная степень n_1-го порядка, $*$ – n-мерная свертка обобщенных функций. В работах [1-2] описаны основные принципы теории нелинейных эволюционных операторов второй кратности, в качестве ядер которых выступают векторные обобщенные функции, представлен операторный подход, основанный на построении компонент эволюционного оператора второй кратности. Для представленной выше системы сопоставляют нелинейный эволюционный оператор второй кратности A, с компонентами в виде матриц A_i. К этим матрицам применяем обобщенное преобразование Лапласа и получим матрицы обобщенных спектральных характеристик $\tilde{A}_i$ операторных компонент системного оператора. Строим обратные матрицы, к ним применяем обобщенное преобразование Лапласа. Таким образом, строится асимптотически обратный нелинейный эволюционный оператор второй кратности, который описывает систему двух интегро-дифференциальных уравнений.

Литература

1. Вувуникян Ю.М., Трифонова И.В. *Эволюционный оператор второй степени кратности, порожденный системой интегро-дифференциальных уравнений* // Весн. Гродз. дзярж. ун-та імя Янкі Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2020. № 3(10). С. 50–60.

2. Вувуникян Ю.М. *Методы построения импульсных и спектральных характеристик системных операторов, порожденных нелинейными интегро-дифференциальными уравнениями* // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы XXII Междунар. науч. конф. Смоленск: СмолГУ. 2021. С. 221–226.

АСИМПТОТИЧЕСКИ ОБРАТНЫЙ ЭВОЛЮЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР, ПОРОЖДЕННЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ ОСЦИЛЛЯТОРА

Вувуникян[1] Ю.М., Шпак[2] Д.С.

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Беларусь
[1]vuv64@mail.ru, [2]d.s.shpak@grsu.by

Осциллятор — это физическая система, совершающая колебания. В случае классического осциллятора колебания совершаются около положения устойчивого равновесия (например, груз на пружине, маятник). Продемонстрируем операторный подход в исследовании уравнения осциллятора с нелинейной восстанавливающей силой cx^2 и затуханием, совершающим вынужденные колебания при произвольном внешнем воздействии $f(t)$:

$$x'' + x + cx^2 = f(t). \tag{1}$$

Правую часть уравнения (1) определим как финитную непрерывно дифференцируемую функцию.

$$f(t) = \omega_\varepsilon(t) * \theta(t) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \omega_\varepsilon(s)\theta(t-s)\,dt = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \theta(t-s)\,dt = t,$$

где $\theta(t)$ — функция Хевисайда, $\omega_\varepsilon(t)$ — бесконечно-дифференцируемая функция с компактным носителем на отрезке $[-\varepsilon;\varepsilon]$ (или «шапочка»).

В статье [1] определен асимптотически обратный оператор и представлен алгоритм для построения импульсных характеристик эволюционных операторов.

Первая операторная компонента асимптотически обратного оператора $Bf(t)$ к оператору $Ax = (\delta'' + \delta) * x + S_2(c\delta^{\otimes 2} * x^{\otimes 2})$, который соответствует уравнению (1), имеет вид

$$B_1 f(t) = b_1(t) * f(t) = \theta(t) \sin t * f(t) = \int\limits_0^t \sin s \cdot s\, ds = -t\cos t + \sin t.$$

Вторая операторная компонента будет равна

$$\begin{aligned} B_2 f^2(t) &= -db_1 * \big((B_1 f(t))\big)^{\otimes 2} = \\ &= -d\theta(t)\sin t \frac{\big((9t^2-17)\cos^2 t + 18t^2 - 43\big)\sin t + 24t\cos^3 t + 36t\cos t}{27} + \\ &\quad + d\theta(t)\cos t \frac{24t\sin 3t + (17-9t^2)\cos 3t - (27t^2+81)\cos t}{108}. \end{aligned}$$

Таким образом, можно получить нелинейные асимптотически обратные эволюционные операторы первой степени $Bf(t) = B_1 f(t) = \varphi_1(t)$ и второй степени $Bf(t) = B_1 f(t) + B_2 f^2(t) = \varphi_2(t)$ оператору Ax, который соответствует дифференциальному уравнению осциллятора.

Теория нелинейных эволюционных операторов, где в качестве импульсных характеристик рассматриваются векторно-значные обобщенные функции, имеет приложения для характеристики состояния динамической системы с любым конечным количеством входных и выходных сигналов, описываемой дифференциальными уравнениями и их системами.

Литература

1. Шпак Д.С., Трифонова И.В. *Метод применения нелинейных эволюционных операторов для решения динамических систем* // Проблемы физики, математики и техники, 2016, № 3. – С. 66–69.

О НЕКОТОРЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ НА АДДИТИВНОЙ ГРУППЕ p-АДИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ

Н.В. Гулецкий[1], Е.М. Радыно[2]

[1]Белорусский Государственный Университет nick@nickguletskii.com

[2]Белорусский Государственный Университет yauhen.radyna@gmail.com

На докладе будут рассмотрены различные описания обобщенных функций на аддитивной группе p-адического поля $\mathbb{Q}_p$ в терминах характеров и квазихарактеров мультипликативной группы $\mathbb{Q}_p^\times$. В качестве примеров выступают δ-функция Дирака и логарифмическая функция. Интерес к подобному описанию мотивируется важной ролью, которую указанные выше обобщенные функции играют в теории чисел. Точные формулы теории чисел известны с работ Римана [1]. Связь с теорией обобщенных функций обнаружена в работах А. Вейля [2]. Важность логарифмической обобщенной функции в теории чисел и теории потенциала видна из работ Ш. Харана [3]. Важность рассмотрения с точки зрения математического анализа именно на мультипликативных группах отмечается рядом авторов [4][5].

В первой части доклада будут рассмотрены полученные представления с использованием преобразования Меллина

$$\mathcal{M} : S(\mathbb{Q}_p^\times) \to \mathcal{H}(\widetilde{\mathbb{Q}_p^\times}) : [\mathcal{M}\psi](\pi_{s,\theta}) = \int_{\mathbb{Q}_p^\times} |x|_p^s \theta(x)\psi(x)\frac{dx}{|x|_p},$$